

BIOLOGISEN MATERIAN  
SÄHKÖNJOHTAVUUSOMINAISUUKSIEN MÄÄRITYS

Tanja Vilhunen

Pro Gradu -tutkielma  
Kesäkuu 2000  
Sovelletun fysiikan laitos  
Kuopion yliopisto

KUOPION YLIOPISTO, Luonnontieteiden ja ympäristötieteiden tiedekunta

Fysiikan koulutusohjelma

Lääketieteellinen fysiikka

Vilhunen Tanja Maarit:

Biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuuksien määrittäminen

Pro Gradu -tutkielma, 90s., 2 liitettä (3s.)

Tutkielman ohjaajat:

FT Marko Vauhkonen

FM Tuomo Savolainen

Kesäkuu 2000

---

Avainsanat: impedanssispektroskopia, ominaisjohtokyky, suhteellinen permittiivisyys, elementtimenetelmä, kontakti-impedanssi

Impedanssispektroskopiolla tarkoitetaan kohteen impedanssin mittaamista useilla taajuuksilla. Tuloksena saadaan taajuusspektri, jonka avulla saadaan tietoa tutkittavasta kohteesta. Impedanssispektroskopiaa on käytetty erilaisissa sovelluksissa, joista eräs tärkeimmistä on biologisen materian tutkiminen.

Biologisella materiaalilla on sekä eristeen että johteen kaltaisia ominaisuuksia. Sen sähkönjohtavuutta kuvaavia suureita ovat ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys. Biologisesta materiasta mitattua impedanssispektriä on mallitettu yksinkertaisilla ekvivalenttipiireillä, jotka koostuvat tavallisista piirielementeistä, tai monimutkaisemmilla, vakiovaihe-elementin sisältävillä ekvivalenttipiireillä. Myös kohteen ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys voidaan ratkaista impedanssimittauksista.

Materian sähkönjohtavuutta kuvaavat yhtälöt voidaan johtaa käyttäen lähtökohtana Maxwellin yhtälöitä. On mahdollista johtaa täydellinen elektrodimalli, joka huomioi materian sähkönjohtavuuden lisäksi mittauselektrodien vaikutuksen mittauksiin. Kohteen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden sekä kontakti-impedanssin arvot on mahdollista ratkaista käyttäen täydellistä elektrodimallia.

Tässä opinnäytetyössä tarkastellaan biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuuksia. Kohteesta mitattuun impedanssispektriin sovitetaan erilaisia malleja ja materian ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ratkaistaan. Lisäksi kokeillaan täydellisen elektrodimallin käyttöä sähkönjohtavuutta kuvaavien suureiden määrittämisessä.

## **Esipuhe**

Tämä opinnäytetutkielma on tehty Kuopion yliopiston sovelletun fysiikan laitokselle vuosina 1998–2000. Työn valmistuttua haluan erityisesti kiittää ohjaajaani FT Marko Vauhkosta hyvästä ja kärsivällisestä ohjauksesta. Paljon kiitoksia myös työn toiselle ohjaajalle FM Tuomo Savolaiselle ja tarkastajalle FT Pasi Karjalaiselle.

Kuopiossa 22.6.2000

Tanja Vilhunen

# Sisältö

<b>1 Johdanto</b>	<b>5</b>
<b>2 Impedanssispektroskopian teoriaa</b>	<b>8</b>
2.1 Vaihtovirtapiirit ja impedanssi . . . . .	9
2.2 Biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuudet . . . . .	10
2.2.1 Johtavat ja eristävät ominaisuudet . . . . .	11
2.2.2 Biologinen materia sähkökentässä . . . . .	13
2.2.3 Sähkönjohtavuusominaisuuksien mallitus . . . . .	15
2.3 Näytteen impedanssi . . . . .	21
2.3.1 Ekvivalenttipiirit . . . . .	21
2.3.2 Johtavuuden ja permittiivisyyden määrittäminen . . . . .	26
2.3.3 Mittauselektrodien impedanssi . . . . .	28
2.4 Maxwell-teoreettinen lähestymistapa . . . . .	30
<b>3 Laskennallinen teoria</b>	<b>34</b>
3.1 Epälineaarinen estimointi . . . . .	34
3.1.1 Gauss-Newton-menetelmä . . . . .	34
3.1.2 Epälineaarisen mallin regularisoitu ratkaisu . . . . .	38
3.2 FEM-ratkaisu täydelliselle elektrodimallille . . . . .	39
3.2.1 Elementtimenetelmä . . . . .	39
3.2.2 EIT:n suoran ongelman ratkaisu . . . . .	40
3.2.3 Homogeenisen näytteen johtavuuden määrittäminen . . . . .	43
<b>4 Laitteisto ja mittaukset</b>	<b>45</b>
4.1 Impedanssianalysointilaitteisto . . . . .	47
4.2 Ekvivalenttipiirien tutkiminen . . . . .	48
4.3 Kasvisten ja suolaveden tutkiminen . . . . .	52
4.3.1 Kasvisten sähköisten ominaisuuksien määrittäminen . . . . .	53
4.3.2 Elektrodi-impedanssin tutkiminen . . . . .	65
4.3.3 Mittaussarjojen tulosten vertailu . . . . .	68
4.4 Täydellisen elektrodimallin tulokset . . . . .	75



# Luku 1

## Johdanto

Impedanssispektroskopiolla (Impedance Spectroscopy, IS) tarkoitetaan kohteen impedanssin mittaamista useilla taajuuksilla. Tuloksena saadaan taajuusspektri, jonka avulla saadaan tietoa kohteen rakenteesta ja ominaisuuksista sekä mittauselektrodeista.

Impedanssispektroskopiaa on käytetty erilaisissa sovelluksissa kuten hapetus-pelkistys-reaktion ja korroosion tutkimisessa. Eräs tärkeimmistä sovellusalueista on impedanssispektroskopian käyttö biologisen materian tutkimisessa. Tällä on myös historiallista merkitystä, sillä resistanssimittaukset biologisella materiaalilla saivat alkunsa jo 1800-luvulla. Impedanssispektroskopiaa on käytetty muun muassa eläin- ja kasvikudoksen rakenteen ja toiminnan tutkimiseen. Eläinkudoksia on tutkittu paljon, ja niiden sähkönjohtavuusominaisuuksista on julkaistu hyviä, kattavia teoksia, joissa on muun muassa taulukoituna ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoja [8, 9, 39, 40]. Kasvikudoksista impedanssispektroskopiolla on tutkittu muun muassa vihanneksia, hedelmiä, puita ja puiden lehtiä [1, 17, 19, 43, 45, 52, 58, 59, 61]. Tutkimuksia on tehty moniin tarkoituksiin kuten kasvien paleltumisvaurioiden havaitsemiseksi [60] ja elintarviketeollisuudelle [2].

Impedanssitomografia (Electrical Impedance Tomography, EIT) on kuvantamismenetelmä, joka perustuu kohteen sisällä olevien rakenteiden erilaiseen sähkönjohtokykyyn. Siinä syötetään matalataajuisia, heikkoa vaihtovirtaa kohteen pinnalla olevilta elektrodeilta, ja mitataan syntyvät jännitteet samoilta tai erillisiltä elektrodeilta. Kerätystä virta- ja jännitedatasta voidaan ratkaista kohteen ominaisjohtokykyjakauma eli tomografiakuva. On tutkittu, että näiden tomografiakuvien erotuskykyä voidaan parantaa mittaamalla jännitteen reaali-osan lisäksi myös sen imaginaariosa, eli ottamalla mukaan kohteessa tapahtuvan vaihesiirron informaatio [12, 13, 22, 44, 48]. Tällöin saadaan ominaisjohtokykyjakauman lisäksi myös suhteel-

lisen permittiivisyyden jakauma kohteessa. Eräät kohteet erottuvat paremmin permittiivisyyskuvasta kuin johtavuuskuvasta [10]. On myös tutkittu, että tomografiakuvia parannettaisiin myös suorittamalla mittauksia useammalla taajuudella [12, 13, 14, 15, 16, 22, 44, 48]. Usealla taajuudella tehtäviä impedanssitomografiomittauksia kutsutaan monitaajuiseksi impedanssitomografiaksi (Multifrequency Electrical Impedance Tomography). Tomografiakuvien mittaustaajuus kannattaa valita tutkittavan kohteen mukaan, mitä varten tarvitaan tietoa kohteen sähkönjohtavuusominaisuuksista.

Biologisella materiaalilla on sekä eristeen että johteen kaltaisia ominaisuuksia. Sen sähkönjohtavuutta kuvaavia suureita ovat ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys, jotka voidaan ratkaista impedanssimittauksista. Eräitä tyypillisiä piirteitä on havaittavissa biologisen kudoksen käyttäytymisessä sähkökentässä. Tyypillistä on ominaisjohtokyvyn kasvaminen ja suhteellisen permittiivisyyden pieneneminen mittaustaajuuden kasvaessa. Yleensä näissä muutoksissa on havaittavissa kolme porrasta, joita kutsutaan  $\alpha$ -  $\beta$ - ja  $\gamma$ -dispersioiksi. Tyypillistä on myös impedanssin arvoista imaginaariosa reaali-osan funktiona (Argand-diagrammi) piirrettäessä muodostuva ympyräkaaren kuva. Taajuuden lisäksi biologisen materiaan sähkönjohtavuuteen vaikuttavat muun muassa näytteen vesipitoisuus, lämpötila ja lämpötilan voimakkaiden muutosten aiheuttamat vauriot. Myös muista syistä syntyneet vauriot vaikuttavat sähkönjohtavuuteen.

Impedanssispektroskopiamittauksista saatuja arvoja on mallitettu sovitamalla niihin erilaisia ekvivalenttipiirejä, jotka koostuvat tavallisista piirielementeistä kuten vastuksista ja kondensaattoreista. Paremmiksi malleiksi on kuitenkin todettu piirit, jotka sisältävä vakiovaihe-elementin (constant-phase element, CPE), koska ne huomioivat materiaan relaksaatioaikojen jakautumisen. Tämä biologisen materiaan relaksaatiokäyttäytyminen aiheuttaa Argand-diagrammiin piirretyissä impedanssin arvoissa ympyränkaaren keskipisteen vajoamisen reaaliakselin alapuolelle. Tällaisen tyypillisen biologisen materiaan impedanssin ympyräkaarikuvan on todettu hyvin toteuttavan Cole-yhtälön, jota käytetään paljon impedanssispektroskopiassa. Sen sovituksesta saadaan kohteelle tyypillisiä parametreja kuten ominaistajuus.

Ongelmia biologisen materiaan impedanssispektroskopiamittauksiin aiheuttavat muun muassa lämpötila, elektrodien polarisaatio ja ympäristöolosuhteet. Pahin ongelma on kuitenkin elektrodien aiheuttama. Syötettäessä virtaa näytteeseen elektrodit ja kohteen pinta aiheuttavat tuntemattoman jännitehäviön, jonka minimoiminen on tärkeää.

Tämän opinnäytetyön tarkoituksena on tutkia biologisen materiaan sähkönjohtavuutta sekä siihen liittyvien parametrien, ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden, määrittämistä. Näitä tarvitaan EIT-mittausten mittaustajuuksien suunnitteluun sekä mittauksista saatavien

ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvojen vertailuarvoiksi. Työssä käsitellään siis impedanssispektroskopian teoriaa, jossa keskitytään biologisen materiaan sähkönjohtavuusominaisuuksiin. Tutkielmaan liittyen tehdään mittauksia kasviksilla, jotka valittiin mittauskohteeksi niiden helpon saatavuuden ja käsiteltävyyden vuoksi. Ne käyttäytyvät sähkökentässä kuten muutkin biologiset kudokset. Erona eläinkudoksiin on muun muassa matalampi ominaistajuus.

Työn sisältö on jaoteltu seuraavasti. Luvussa 2 käydään läpi biologisen materiaan käyttäytymistä sähkökentässä ja etsitään syitä ilmeneviin ominaispiirteisiin. Lähtien liikkeelle täydellisen eristeen relaksaatioteoriasta johdetaan biologisen materiaan sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä. Luvussa käsitellään myös kokeellisesti saatujen impedanssin arvojen tarkastelua ja mallittamista sekä elektrodien vaikutusta mittauksiin. Lopuksi johdetaan biologisen materiaan sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä käyttäen lähtökohtana Maxwellin yhtälöitä. Luvussa 3 käsitellään impedanssispektroskopiaan liittyvää laskennallista teoriaa. Biologisen materiaan sähkönjohtavuutta kuvaavien parametrien määrittämiseen tarvitaan epälineaarista estimointia, mistä esitellään Gauss-Newton-menetelmä. Luvussa esitetään myös täydellisen elektrodimallin ratkaiseminen elementtimenetelmällä sekä EIT:n käänteisen ongelman ratkaisu homogeenisen näytteen tapauksessa. Myös tätä käyttäen on mahdollista määrittää materiaan sähkönjohtavuutta kuvaavia suureita. Luvussa 4 esitellään työssä käytetty laitteisto ja mittaukset. Työssä tehdään mittauksia kasviksilla ja NaCl-liuoksella ja kokeillaan esitettyjen mallien sopivuutta käytännössä.



## Luku 2

# Impedanssispektroskopian teoriaa

Tässä luvussa käsitellään impedanssispektroskopian teoriaa, ja erityisesti keskitytään biologisen materian tutkimiseen liittyvään teoriaan. Aluksi esitellään impedanssimittausten teoriaa sekä impedanssispektroskopiaan liittyviä käsitteitä. Toisessa kappaleessa tarkastellaan biologisen materian käyttäytymistä sähkökentässä sekä etsitään syitä ilmeneviin ominaispiirteisiin. Lisäksi käsitellään materian sähköisiä ominaisuuksia lähtien liikkeelle eristeen relaksaatioteoriasta. Kolmannessa kappaleessa käsitellään biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuuksien tutkimista ja mallittamista. Lopuksi tarkastellaan materian sähköisiä ominaisuuksia käyttäen lähtökohtana Maxwellin yhtälöitä sekä johdetaan täydellinen elektrodimalli.

Varsin usein sähköiset mittaukset, joissa pyritään selvittämään elektrodien tai elektrolyyttimateriaalien tai molempien sähkökemiallista käyttäytymistä, tehdään mittakennoissa, jonka päissä on identtiset elektrodit ja niiden välissä on sylinterin tai suorakulmion muotoinen näyte [32]. Tällainen sylinterin mallinen mittakenno on kuvassa 2.6. Elektrodeilta syötetään sähköinen stimulus, eli tunnettu jännite tai virta, ja mitataan syntynyt vaste, eli syntynyt virta tai jännite. Impedanssispektroskopiassa käytetään kolmea erityyppistä sähköistä stimulusta [32]. Eräs tapa on syöttää jännite askelfunktiona

$$V(t) = \begin{cases} V_0, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

ja mitata syntyvä ajasta riippuva virta  $i(t)$ . Jännitteen ja virran suhde  $V(t)/i(t)$  kuvaa impedanssia, joka on seuraus jännitteen aiheuttamista muutoksista sähkökemiallisella pinnalla. Saatu suure on ajasta riippuva. Taajuudesta riippuva impedanssi eli taajuusspektri saadaan tekemällä sille Fouriermuunnos. Toinen impedanssispektroskopiassa käytetty tekniikka on käyttä

syötteenä  $v(t)$  valkoista kohinaa, ja mitata syntyvä virta. Impedanssin määrittämiseksi tehdään vastaavaan tapaan mittaukselle Fourier-muunnos. Kolmas ja yleisimmin käytetty tapa on mitata impedanssi suoraan taajuustasossa. Tämä tehdään suorittamalla eri taajuuksilla mittauksia, joissa syötetään tietyn taajuista jännitettä ja mitataan syntyneen virran amplitudi ja vaihesiirto tai reaali- ja imaginaariosat. Näitä kolmea tapaa voidaan myös yhdistää muuntyyppisten stimulusten luomiseksi.

## 2.1 Vaihtovirtapiirit ja impedanssi

Tästä eteenpäin, ellei toisin mainita, käsitellään niin sanottua aikaharmonista tilannetta, eli oletetaan että syötettävä jännite on sini- tai kosinimuotoista.

Impedanssimittausten teoriaan liittyy läheisesti vaihtovirtapiirien ja kompleksilukujen teoria. Käsiteltäessä vaihtovirtapiirejä on tapana esittää virta ja jännite faasorimuodossa. Olkoon jännite

$$V(t) = |V(t)| \cos(\omega t). \quad (2.2)$$

Määritellään jännitteen faasori

$$V = |V(t)|e^{j\omega t} = |V(t)| \cos(\omega t) + j|V(t)| \sin(\omega t), \quad (2.3)$$

missä  $\omega$  on kulmataajuus,  $\omega t$  on vaihekulma eli argumentti,  $|V(t)|$  on itseisarvo eli moduli ja  $j$  on imaginaariyksikkö. Tällöin jännite on faasorin reaalisosa, eli  $V(t) = \operatorname{Re}V$ . Vaihtovirtapiireissä tasavirtapiirin resistanssia vastaa impedanssi  $Z$

$$V = ZI, \quad (2.4)$$

missä  $I$  on virran faasori. Tämän perusteella voidaan johtaa myös impedanssit kelalle

$$Z = j\omega L \quad (2.5)$$

ja kondensaattorille

$$Z = \frac{1}{j\omega C}. \quad (2.6)$$

Impedanssi on kompleksinen suure, ja se voidaan kirjoittaa muodossa

$$Z = R + jX = |Z|e^{j\theta}, \quad (2.7)$$

missä  $R = \operatorname{Re}Z$  on impedanssin reaalisosa eli resistanssi ja  $X = \operatorname{Im}Z$  on imaginaariosa eli reaktanssi. Eulerin kaavan avulla saadaan niin sanottu polaarimuoto, missä

$$|Z| = \sqrt{\operatorname{Re}Z^2 + \operatorname{Im}Z^2} \quad (2.8)$$

on impedanssin moduli eli itseisarvo ja

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\operatorname{Im}Z}{\operatorname{Re}Z} \right) \quad (2.9)$$

on sen vaihekulma. Jos esimerkiksi ajatellaan, että piiriin tai tutkittavaan näytteeseen on syötetty vaihtojännite  $V = |V(t)|e^{j(\omega t + \varphi_V)}$ , missä  $|V(t)|$  on jännitteen moduli ja  $\omega t + \varphi_V$  sen vaihekulma, ja on syntynyt virta  $I = |I(t)|e^{j(\omega t + \varphi_I)}$ , missä  $|I(t)|$  on virran moduli ja  $\omega t + \varphi_I$  sen vaihekulma, on piiriin tai näytteen impedanssi

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{|V(t)|e^{j(\omega t + \varphi_V)}}{|I(t)|e^{j(\omega t + \varphi_I)}} = \frac{|V(t)|}{|I(t)|}e^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = |Z|e^{j\theta}. \quad (2.10)$$

Impedanssin moduli on siis jännitteen ja virran modulien osamäärä, ja impedanssin vaihekulma on jännitteen ja virran välinen vaihe-ero. Usein impedanssin reaali-osaa merkitään  $Z' := \operatorname{Re}Z$  ja imaginaariosaa vastaavasti  $Z'' := \operatorname{Im}Z$ . Impedanssin käänteisluku eli admittanssi on

$$Y = Z^{-1} = G + jB, \quad (2.11)$$

missä reaali-osa  $Y' := G$  on konduktanssi ja imaginaariosa  $Y'' := B$  on susceptanssi.

Taajuuden muuttuessa voidaan impedanssin arvoja kuvata sekä suorakulmaisessa- että napakoordinaatistossa. Argand-diagrammi on kuva suorakulmaisessa koordinaatistossa, jossa  $x$ -akselina on impedanssin reaali-osa ja  $y$ -akselina imaginaariosa [32, 33]. Kuvan napakoordinaatistossa määräävät impedanssin moduli ja vaihekulma.

## 2.2 Biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuudet

Tässä kappaleessa käsitellään biologisen materian käyttäytymistä sähkökentässä. Aluksi käsitellään johteen ja eristeen käyttäytymistä sähkökentässä sekä johdetaan niiden sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä. Tämän jälkeen keskitytään biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuuksiin. Ensin esitellään biologisella materiaalilla sähkökentässä havaittuja ominaispiirteitä sekä niiden syitä. Tämän jälkeen johdetaan biologisen materian käyttäytymistä kuvaavia yhtälöitä lähtien liikkeelle täydellisen eristeen relaksaatioteoriasta.

## 2.2.1 Johtavat ja eristävät ominaisuudet

Tarkastellaan ensin johteen ja eristeen käyttäytymistä sähkökentässä ja johdetaan yhtälöt kokonaisvirtatiheydelle ja kokonaisvaraustiheydelle. Samalla esitellään kaksi uutta suuretta: kompleksinen ominaisjohtokyky ja kompleksinen suhteellinen permittiivisyys.

Johteissa sähköiset varaukset voivat liikkua vapaasti. Kun johtavaan materiaaliin tuotetaan ulkoinen sähkökenttä, aiheuttaa se varausten liikettä, eli syntyy sähkövirtaa. Virtatiheys  $J_f$  on suoraan verrannollinen sähkökentän voimakkuuteen  $E$  eli

$$J_f = \sigma E, \quad (2.12)$$

missä  $\sigma$  on ominaisjohtokyky.

Eristeissä, missä vapaita varauksia ei ole, sähkökenttä aiheuttaa sidottujen varausten siirtymistä eli polarisaatiota. Määritellään sähköinen polarisaatio

$$P = Np, \quad (2.13)$$

missä  $p$  on keskimääräinen dipolimomentti ja  $N$  on molekyylien lukumäärä tilavuusyksikkössä. Polarisaatio  $P$  on siis keskimääräinen dipolimomentti tilavuusyksikköä kohti. Sähköinen siirtymä  $D$  on

$$D = \varepsilon_0 E + P, \quad (2.14)$$

missä  $\varepsilon_0$  on tyhjiön permittiivisyys. Useimmat eristeet ovat lineaarisia ja isotrooppisia. Lineaarisuus tarkoittaa sitä, että johtavuus ei riipu sähkökentästä. Isotrooppisuus tarkoittaa ettei virran voimakkuus ole riippuvainen tarkastelusuunnasta. Lineaarille materiaaleille polarisaatio  $P$  on suoraan verrannollinen sähkökentän voimakkuuteen  $E$ . Sille voidaan siis kirjoittaa

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E, \quad (2.15)$$

missä  $\chi_e$  on sähköinen susceptibiliteetti. Yhtälöiden (2.14) ja (2.15) perusteella voidaan sähköiselle siirtymälle kirjoittaa

$$D = \varepsilon_0(1 + \chi_e)E = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon E, \quad (2.16)$$

missä  $\varepsilon_r$  on aineen suhteellinen permittiivisyys ja  $\varepsilon$  on aineen permittiivisyys. Kun eriste sijoitetaan ajasta riippuvaan sähkökenttään, sidottujen varausten liike aiheuttaa polarisaatiovirtaa. Polarisaation virtatiheydeksi  $J_b$  voidaan johtaa

$$J_b = \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (2.17)$$

Sähköisen siirtymän virtatiheys on muotoa

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_0 E + \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (2.18)$$

eli se koostuu polarisaation virtatiheydestä ja tyhjiössäkin ilmenevästä termistä.

Kun aineen magneettiset ominaisuudet jätetään huomiotta, aineen kokonaisvirtatiheys  $J$  on vapaiden varausten virtatiheyden ja sähköisen siirtymän virtatiheyden summa, eli

$$\begin{aligned} J &= J_f + \frac{\partial D}{\partial t} \\ &= \sigma E + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} \\ &= \sigma E + j\omega \varepsilon_0 E + j\omega \chi_e \varepsilon_0 E \\ &= (\sigma + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r) E. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Nyt voidaan määritellä kompleksinen ominaisjohtokyky, jolle käytetään merkintää

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \sigma' + j\sigma'' \\ &= \sigma + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r, \end{aligned} \quad (2.20)$$

missä kompleksisen ominaisjohtokyvyn reaaliosa on ominaisjohtokyky ja imaginaariosa kuvaa aineen eristäviä ominaisuuksia. Yhtälö (2.19) voidaan siis kirjoittaa muodossa

$$J = \sigma^* E. \quad (2.21)$$

Integroimalla yhtälö (2.19) puolittain saadaan kokonaisvaraustiheys  $D_t$ , joka on muotoa

$$\begin{aligned} D_t &= \int_0^t J dt = \int_0^t \left( J_f + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dt \\ &= \frac{J_f}{j\omega} + D \\ &= \frac{\sigma E}{j\omega} + \varepsilon_0 \varepsilon_r E \\ &= \varepsilon_0 \left( \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) E, \end{aligned} \quad (2.22)$$

sillä virtatiheys ja sähköinen siirtymä saavat arvon nolla ajan hetkellä nolla. Määritellään kompleksinen suhteellinen permittiivisyys, jolle käytetään

merkintää

$$\begin{aligned}\varepsilon^* &= \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ &= \varepsilon_r - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0},\end{aligned}\tag{2.23}$$

missä kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden reaali-osa on aineen suhteellinen permittiivisyys ja imaginaari-osa kuvaa johtavuutta. Nyt yhtälö (2.22) voidaan kirjoittaa muodossa

$$D_t = \varepsilon_0\varepsilon^*E.\tag{2.24}$$

Kompleksisen ominaisjohtokyvyn ja kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden välillä voidaan havaita yhteys

$$\sigma^* = j\omega\varepsilon_0\varepsilon^*.\tag{2.25}$$

## 2.2.2 Biologinen materia sähkökentässä

Biologisella materiaalilla on sekä johteen että eristeen kaltaisia ominaisuuksia. Sen sähkönjohtavuutta kuvaavia suureita ovat aineen ominaisjohtokyky  $\sigma$  ja suhteellinen permittiivisyys eli dielektrisyysvakio  $\varepsilon_r$ . Ne riippuvat kohteeseen syötetyn virran taajuudesta. Ominaisjohtokyky on johteille ominainen suure, ja se kuvaa kuinka helposti sähköiset varaukset pääsevät liikkumaan aineessa sähkökentän vaikutuksen alaisina. Suhteellinen permittiivisyys puolestaan kuvaa aineen eristäviä ominaisuuksia. Se kuvaa kuinka paljon paikalliset varausjakaumat voivat muuttua sähkökentän aiheuttaman polarisaation vaikutuksesta. Suhteellisen permittiivisyyden ja ominaisjohtokyvyn muuttumista taajuuden funktiona kutsutaan dispersioksi. Näistä biologiselle materiaalille voidaan erottaa kolme pääporrasta, joita kutsutaan  $\alpha$ - $\beta$ - ja  $\gamma$ -dispersioiksi. Dispersiota aiheuttavia mekanismeja kutsutaan relaksaatiomekanismeiksi.

Tiedetään, että ulkoinen sähkökenttä aiheuttaa johteessa elektronien liikettä eli syntyy sähkövirtaa. Puolijohteessa varauksen kuljettajia ovat elektronit ja aukot. Tämän lisäksi sähköä kuljettavat ionit, jotka ovat pääasiassa biologisten materiaalien johtavuuden aiheuttajia [1]. Eristeissä ei ole vapaita varauksia, vaan ulkoinen sähkökenttä aiheuttaa niissä polarisaatiota. Ne relaksaatiomekanismit, jotka pääasiassa aiheuttavat biologisten kudosten dielektriset ominaisuudet, ovat pintojen polarisaatio, dipolien orientaatio ja ionien diffuusio [9]. Pintojen polarisaatiota (interfacial polarization) ilmenee sähköisesti heterogeenisissä materiaaleissa eli sellaisissa aineissa, joissa on sekaisin hyvin ja huonosti johtavia alueita. Näiden alueiden pinnat varautuvat ulkoisessa sähkökentässä. Pintojen polarisaatiota kutsutaan myös

Maxwell-Wagner-ilmiöksi (Maxwell-Wagner effect), ja se voi hallita kolloidien ja emulsioiden eristäviä ominaisuuksia [9]. Toinen polarisaatiomekanismi on pysyvien dipolien osittainen orientaatio sähkökentässä. Kudoksilla on useita eri dipolien polarisaatiosta aiheutuvia relaksaatioilmiöitä. Näistä tärkein on vesimolekyyliden relaksaatio [9]. Kolmas tärkeimmistä eristäviä ominaisuuksia aiheuttavista ilmiöistä johtuu ionien diffuusiosta sähköisissä kaksoiskerroksissa varattujen pintojen lähellä. Ilmiötä kutsutaan vastakkaiseksi polarisaatioksi (counterion polarisation effect), ja sitä on havaittu systeemeissä, jotka sisältävät varattuja pintoja kuten emulsioissa, mikro-organismeissa ja pitkäketjuisissa makromolekyyleissä [37].

Biologisten kudosten johtavuus kasvaa taaajuuden kasvaessa. Kudoksen suhteellinen permittiivisyys puolestaan pienenee taaajuuden kasvaessa, ja kolme tärkeintä dispersiota erottuvat hyvin permittiivisyyden arvoista. Ne ovat havaittavissa seuraavilla taaajuusalueilla:  $\alpha$ -dispersio: 10Hz–100kHz,  $\beta$ -dispersio: 10kHz–100MHz ja  $\gamma$ -dispersio: 1GHz–100GHz [11, 25, 37]. Kuitenkin  $\alpha$ - ja  $\beta$ -dispersiossa esiintyy biologisissa kudoksissa laaja relaksaatioaikojen jakauma, ja taaajuusalueet voivat ylittyä [9].  $\alpha$ -dispersio näkyy suhteellisen permittiivisyyden kasvuna matalilla taaajuuksilla, ja sitä aiheuttaa ionien diffuusio. Johtavuuden arvoissa ei  $\alpha$ -dispersio juurikaan erotu.  $\beta$ -dispersio aiheutuu pääasiassa kudosten solukalvojen kapasitiivisesta varautumisesta [8, 9]. Se siis kuvaa kudoksen rakennetta ja saa eri arvoja erityyppisille kudoksille [7]. Lisäksi korkeilla radiotaaajuuksilla pienempi komponentti  $\beta$ -dispersiossa voi aiheutua kudoksen dipolimaisten proteiinien orientaatiosta [9]. Vapaiden vesimolekyyliden relaksaatiota kutsutaan  $\gamma$ -dispersioksi, ja se aiheutuu dipolimaisten vesimolekyyliden rotaatiosta [37]. Edellä mainittujen kolmen tärkeimmän dispersion lisäksi kudoksissa esiintyy pieni dispersio taaajuusalueella 100MHz–3GHz, jota kutsutaan  $\delta$ -dispersioksi, sekä muita vähemmän merkittäviä dispersioita.

Mittaustaaajuuden lisäksi myös monet muut seikat vaikuttavat biologisen materian sähkönjohtavuuteen ja erottuvat mittauksista. Materian vesi- ja ionipitoisuudet vaikuttavat sen johtavuusominaisuuksiin [19, 37, 43]. Myös näytteen ja ympäristön lämpötila sekä lämpötilasta aiheutuneet muutokset, kuten jäätyminen aiheuttamat vauriot, vaikuttavat sähkönjohtavuuteen [2, 17, 52, 60, 61]. Myös muista syistä, kuten suuresta syötetystä jännitteestä, mekaanisesta puristuksesta, pilaantumisesta tai kuolemasta, aiheutuneet muutokset rakenteessa erottuvat [1, 2, 8]. Erityyppisten kudosten sähkönjohtavuusominaisuudet eroavat toisistaan [8, 40, 46, 47]. Joskus myös saman kudoksen sähkönjohtavuus eroaa riippuen mittaussuunnasta, eli kudoksen anisotropia vaikuttaa sen sähkönjohtavuusominaisuuksiin. Esimerkiksi lihaksen johtavuusominaisuudet ovat erilaiset riippuen siitä mitataanko johtavuutta lihassyiden suuntaisesti tai poikkisuuntaan [38, 47, 62]. Edellä ku-

vattuja seikkoja voidaan käyttää hyväksi muun muassa eräiden sairauksien kuten rintasyövän tutkimisessa [21, 23, 29, 38, 53].

### 2.2.3 Sähkönjohtavuusominaisuuksien mallitus

Edellä kuvattua biologisen materian tyypillistä käyttäytymistä sähkökentässä kuvaamaan on esitetty erilaisia malleja. Seuraavassa käydään läpi näitä yhtälöitä. Lähdetään liikkeelle oletuksesta, että biologinen materia käyttäytyy ideaalisen eristeen tavoin.

#### Relaksaatio eristeessä

Oletetaan ensin, että tarkasteltava materiaali on ideaalinen eriste, ja jätetään johtavat ominaisuudet huomiotta. Oletetaan, että tutkittavaan materiaaliin on syötetty jännite askelfunktiona (2.1) hetkellä  $t = 0$ . Kun eristävään materiaaliin tuotetaan sähkökenttä  $E(t)$ , seurauksena on polarisaatio  $P(t)$ . Polarisaatio voidaan jakaa kahteen osaan vasteen aikavakion perusteella. Lähes välitön polarisaatio aiheutuu elektronien siirtymisestä ytimen suhteen [42]

$$P_\infty = (\varepsilon_\infty - 1)\varepsilon_0 E(t). \quad (2.26)$$

Tämä määrittelee korkean taajuuden suhteellisen permittiivisyyden  $\varepsilon_\infty$

$$\varepsilon_\infty - 1 = \frac{P_\infty}{\varepsilon_0 E(t)}. \quad (2.27)$$

Ajasta riippuva polarisaatio  $P_t(t)$  aiheutuu dipolien orientaatiosta sähkökentässä [42]. Kokonaisuudessaan polarisaatio on siis muotoa

$$P(t) = P_\infty + P_t(t). \quad (2.28)$$

Jos sähkökenttä on paikallaan äärettömän kauan, seurauksena on täydellinen polarisaatio [42]

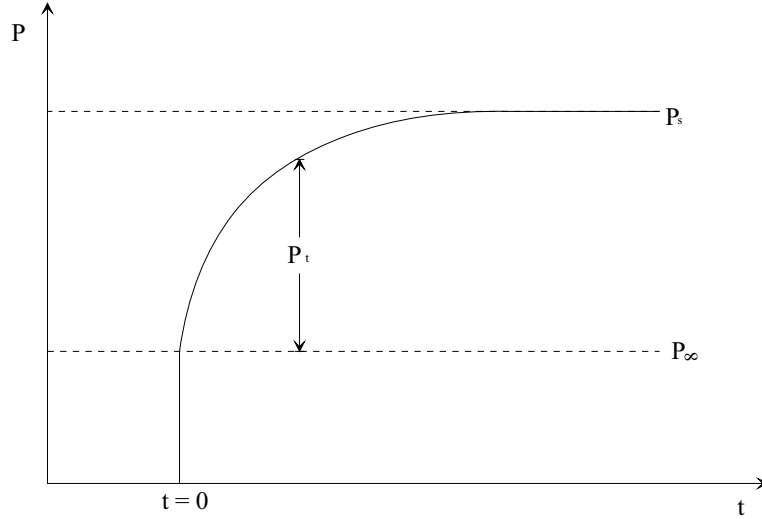
$$P_s = (\varepsilon_s - 1)\varepsilon_0 E(t), \quad (2.29)$$

joka määrittelee staattisen suhteellisen permittiivisyyden, jota kutsutaan myös matalan taajuuden suhteelliseksi permittiivisyydeksi,  $\varepsilon_s$

$$\varepsilon_s - 1 = \frac{P_s}{\varepsilon_0 E(t)}. \quad (2.30)$$

Kuvassa 2.1 on esitettyä polarisaation aikariippuvuus, kun kohteeseen on syötetty jännite askelfunktiona hetkellä  $t = 0$ .





Kuva 2.1: Polarisaatio  $P(\text{C}/\text{m}^2)$  ajan  $t(\text{s})$  funktiona, kun kohteeseen on syötetty jännite askelfunktiona hetkellä  $t = 0$ .

Yksinkertaisinta on olettaa, että polarisaatiota voidaan kuvata 1. asteen differentiaaliyhtälöllä [9, 42]. Oletetaan siis, että on olemassa yksi relaksaatioaika  $\tau = 1/\omega_c = 1/(2\pi f_c)$ , missä  $f_c$  on relaksaatioprosessin ominaistajajuus, siten, että

$$\tau \frac{dP_t(t)}{dt} = P_s - P(t). \quad (2.31)$$

Kun sijoitetaan yhtälöön (2.31) polarisaatio  $P(t)$  yhtälöstä (2.28), saadaan

$$P'_t(t) + \frac{1}{\tau} P_t(t) = \frac{1}{\tau} (P_s - P_\infty), \quad (2.32)$$

missä  $P'_t(t) = \frac{dP_t(t)}{dt}$ . Differentiaaliyhtälön ratkaisu on muotoa

$$P_t(t) = (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.33)$$

Differentiaaliyhtälön ratkaiseminen on esitettyä Liitteessä 1. Sijoittamalla tämä yhtälöön (2.28) saadaan polarisaation aikariippuvuudelle yhden relaksaatioajan tapauksessa

$$P(t) = P_\infty + (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.34)$$

Tässä tapauksessa sähköiselle siirtymälle (2.14) voidaan kirjoittaa

$$D(t) = \varepsilon_0 E(t) + P_\infty + (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.35)$$

Tästä ratkaistaan kompleksinen suhteellinen permittiivisyys  $\varepsilon^*(t)$  käyttäen apuna kaavoja (2.22) (2.24), (2.27) ja (2.30)

$$\begin{aligned}\varepsilon^*(t) &= \frac{D_t(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = 1 + \frac{P(t)}{\varepsilon_0 E(t)} \\ &= 1 + \frac{P_\infty}{\varepsilon_0 E(t)} + \frac{P_s - P_\infty}{\varepsilon_0 E(t)} (1 - e^{-t/\tau}) \\ &= \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) (1 - e^{-t/\tau}).\end{aligned}\tag{2.36}$$

Tässä yhtälön (2.22) vapaiden varusten osuus jätettiin huomiotta, koska käsiteltiin ideaalista eristettä. Yhtälö (2.36) on ajasta riippuvainen. Taajuustasoon päästään tekemällä Laplace-muunnos puolittain, mikä on esitettyinä Liitteessä 2. Tuloksena saadaan kompleksinen suhteellinen permittiivisyys  $\varepsilon^*$  taajuustasossa yhden aikavakion systeemille ideaalisessa eristeessä

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}.\tag{2.37}$$

Tätä kutsutaan Debyen yhtälöksi. Kun sen reaali- ja imaginaariosat erotetaan saadaan yhtälö (2.37) muotoon

$$\begin{aligned}\varepsilon^* &= \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} - j\frac{\omega\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau^2}.\end{aligned}\tag{2.38}$$

Debyen yhtälön reaaliosa on suhteellinen permittiivisyys, eli se kuvaa polarisaation vaikutuksesta tapahtuvien varausjakaumien muutosten määrää. Imaginaariosa puolestaan kuvaa sitä määrää, minkä sähköinen energia muuttuu lämpöenergiaksi materiaalissa. Sen vuoksi siitä on käytetty nimitystä lämpöhäviö (dielectric loss) [39].

Cole-Cole-kuvaksi kutsutaan kuvaa, jossa on kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden imaginaariosa  $\varepsilon''$  piirrettynä reaaliosan  $\varepsilon'$  funktiona [32, 33]. Debyen yhtälön Cole-Cole-kuva muodostaa puoliympyrän kaaren, jonka keskipiste on reaaliakselilla. Tapana on myös piirtää Debyen yhtälön reaali- ja imaginaariosat normalisoidun taajuuden  $f/f_c$  funktiona [9, 37, 42]. Tällöin yhtälön imaginaariosa muodostaa teräväkärkisen kummun, jota kutsutaan lämpöhäviöpiikiksi.

## Relaksaatioaikojen jakaantuminen

Monien aineiden relaksaatiokäyttäytyminen on monimutkaisempaa kuin edellä kuvattu yhden aikavakion systeemi. Tämän voi aiheuttaa aineessa

tapahtuvat useammat relaksaatioprosessit, joilla on eri relaksaatioajat, tai se, että relaksaatioprosessia ei voida kuvata 1. asteen differentiaaliyhtälöllä.

Oletetaan, että eristävään materiaaliin on syötetty jännite askelfunktiona, mikä aiheuttaa polarisaatioita useilla eri relaksaatioajoilla  $\tau$ . Nyt yhtälön (2.36) kompleksinen suhteellinen permittiivisyys voidaan ilmaista useiden 1. asteen prosessien summana [37]

$$\begin{aligned} \varepsilon^*(t) &= \frac{D_t(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{s,1} - \varepsilon_{\infty,1}) (1 - e^{-t/\tau_1}) \\ &+ (\varepsilon_{s,2} - \varepsilon_{\infty,2}) (1 - e^{-t/\tau_2}) + \dots \end{aligned} \quad (2.39)$$

Tämän Laplace-muunnos antaa kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvon taajuustasossa

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_{s,1} - \varepsilon_{\infty,1}}{1 + j\omega\tau_1} + \frac{\varepsilon_{s,2} - \varepsilon_{\infty,2}}{1 + j\omega\tau_2} + \dots, \quad (2.40)$$

joka vastaa siis Debyen yhtälöä (2.37) useamman aikavakion systeemille ideaalisessa eristeessä. Jos relaksaatioajat ovat selkeästi erisuuria, esimerkiksi jos  $\tau_1 \ll \tau_2 \ll \tau_3$ , Cole-Cole-kuvassa on sarja puoliympyröitä [9]. Muutoin materiaalissa tapahtuu leveä, erikoispiirteetön dispersio, ja yhtälö (2.40) voidaan korvata integraaliyhtälöllä [42]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_0^\infty \frac{G(\tau)}{1 + j\omega\tau} d\tau, \quad (2.41)$$

missä  $G(\tau)$  on tiheysfunktio, joka kuvaa relaksaatioaikojen jakautumista.  $G(\tau)$ :lle pätee

$$\int_0^\infty G(\tau) d\tau = 1. \quad (2.42)$$

Eristävän materiaalin käyttäytymistä kuvaamaan on ehdotettu monia erilaisia funktioita, joita on esitelty muun muassa kirjassa [42]. Nämä voidaan jakaa kahteen luokkaan: yksinkertaisiin empiirisiin funktioihin ja funktioihin, jotka on saatu yrityksistä mallittaa fysikaalista prosessia. Eräs laajimmin käytetty on Debyen yhtälöstä (2.37) laajennettu empiirinen Cole-Cole-yhtälö [6]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau_0)^{1-\alpha}}, \quad (2.43)$$

missä  $\alpha$  kuvaa relaksaatioaikojen jakautumista ja  $\tau_0 = 1/\omega_c = 1/(2\pi f_c)$  on keskirelaksaatioaika. Cole-Cole-yhtälö saadaan yhtälöstä (2.41) sijoittamalla tiheysfunktioksi [42]

$$G(\tau) = \frac{1}{2\pi\tau} \frac{\sin(\alpha\pi)}{\cosh(1-\alpha) \log(\tau/\tau_0) - \cos(\alpha\pi)}. \quad (2.44)$$

Vastaavalla tavalla saataisiin yhtälöstä (2.41) Debyen yhtälö (2.37) valitsemalla tiheysfunktioksi  $\delta$ -funktio.

### Johtavuuden mallittaminen

Edellä on käsitelty materiaalin eristäviä ominaisuuksia olettaen, että materiaali käyttäytyy ideaalisen eristeen tavoin, jättäen johtavat ominaisuudet huomiotta. Näin löydettiin yhtälöitä kompleksiselle suhteelliselle permittivisyydelle. Seuraavassa esitetään johtavuuden mallittamiseen käytettäviä yhtälöitä.

Vastaavasti kuten kaavassa (2.36) kompleksiselle suhteelliselle permittivisyydelle, voidaan kompleksiselle ominaisjohtokyvyille esittää aikariippuvuus kokonaisvirtatiheyden (2.21) avulla [9]

$$\sigma^*(t) = \frac{J(t)}{E(t)} = \sigma_\infty + (\sigma_s - \sigma_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.45)$$

Tämän Laplace-muunnos antaa Debyen yhtälön (2.37) kaltaisen yhtälön kompleksiselle ominaisjohtokyvyille taajuustasossa

$$\sigma^* = \sigma_\infty + \frac{\sigma_s - \sigma_\infty}{1 + j\omega\tau}. \quad (2.46)$$

Yhtälön relaksaatioaika  $\tau$  on sama kuin Debyen yhtälön (2.37) relaksaatioaika mikäli kyseessä on yhden aikavakion systeemi [9]. Jos relaksaatioajat ovat jakaantuneet, ovat yhtälöiden (2.37) ja (2.46) relaksaatioajat erisuuria. Yhtälön (2.46) reaali- eli ominaisjohtokyky voidaan ilmaista korkean ja matalan taajuuden ominaisjohtokyvyn avulla seuraavasti

$$\sigma = \sigma_s + \frac{(\sigma_\infty - \sigma_s) (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (2.47)$$

Kompleksiselle ominaisjohtokyvyille on mahdollista myös kirjoittaa relaksaatioaikojen jakaantumisen huomioiva, Cole-Cole-yhtälön (2.43) kaltainen yhtälö

$$\sigma^* = \sigma_\infty + \frac{\sigma_s - \sigma_\infty}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}}. \quad (2.48)$$

### Yleinen relaksaatioteoria

Jotta relaksaatio- ja johtavuusteoriassa otettaisiin huomioon sekä aineen eristävät että johtavat ominaisuudet, voidaan edellä esitetyn kompleksisen ominaisjohtokyvyn teorian perusteella Debyen mallia (2.37) laajentaa. Oteetaan malliin mukaan staattinen ominaisjohtokyky  $\sigma_s$  eli ominaisjohtokyky,

joka voidaan määrittellä, kun sähkökenttää on pidetty yllä äärettömän kauan, [8, 9]

$$\begin{aligned}\varepsilon^* &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} - j\frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon_0} \\ &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} - j\left(\frac{\omega\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau^2} + \frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon_0}\right).\end{aligned}\quad (2.49)$$

Vastaavasti voidaan relaksaatioaikojen jakauman huomioiva kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden kaava (2.41) laajentaa muotoon [9]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_0^\infty \frac{G(\tau)}{1 + j\omega\tau} d\tau - j\frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon_0}, \quad (2.50)$$

missä  $G(\tau)$  on tiheysfunktio, jolle on voimassa yhtälö (2.42). Yhtälö (2.50) kuvaa hyvin eristeen relaksaatiokäyttäytymistä edellyttäen, että oikeanlainen tiheysfunktio  $G(\tau)$  valitaan [9]. Myös Cole-Cole-yhtälö (2.43) voidaan laajentaa sisältämään staattinen ominaisjohtokyky [8, 9]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau_0)^{1-\alpha}} - j\frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon_0}. \quad (2.51)$$

Myös kompleksisen ominaisjohtokyvyn yhtälöt (2.46) ja (2.48) on mahdollista laajentaa kuvaamaan aineen eristäviä ominaisuuksia. Tällöin otetaan malliin mukaan korkean taajuuden suhteellinen permittiivisyys  $\varepsilon_\infty$ . Debyen yhtälön kaltainen kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden yhtälö (2.46) voidaan laajentaa muotoon

$$\sigma^* = \sigma_\infty + \frac{\sigma_s - \sigma_\infty}{1 + j\omega\tau} + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_\infty, \quad (2.52)$$

ja Cole-Cole-yhtälön kaltainen kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden yhtälö (2.48) voidaan laajentaa muotoon

$$\sigma^* = \sigma_\infty + \frac{\sigma_s - \sigma_\infty}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_\infty. \quad (2.53)$$

Korkean ja matalan taajuuden suhteellisen permittiivisyyden ja ominaisjohtokyvyn arvot sekä muita parametreja on mahdollista määrittää sovittamalla yhtälöitä (2.51) ja (2.53) tai muita aiemmin esitettyjä yhtälöitä kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin.

Tarkastellaan vielä yhtälöä (2.49). Siitä voidaan yhtälön (2.23) perusteella ratkaista taajuudesta riippuva ominaisjohtokyky  $\sigma$  staattisen ominaisjohtokyvyn ja permittiivisyyden funktiona

$$\sigma = \sigma_s + \frac{\omega^2\varepsilon_0\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (2.54)$$

Kun tähän sijoitetaan  $\omega = 2\pi f$  ja  $\tau = 1/\omega_c = 1/(2\pi f_c)$ , saadaan yhtälö muotoon

$$\sigma = \sigma_s + \left( \frac{(f/f_c)^2}{1 + (f/f_c)^2} \right) (2\pi\epsilon_0 f_c (\epsilon_s - \epsilon_\infty)). \quad (2.55)$$

Kun  $f \gg f_c$ ,  $\sigma = \sigma_\infty$  ja  $\frac{(f/f_c)^2}{1+(f/f_c)^2} \approx 1$ . Tällöin yhtälöstä (2.55) saadaan ääriarvojen  $\epsilon_\infty$ ,  $\epsilon_s$ ,  $\sigma_\infty$  ja  $\sigma_s$  välinen riippuvuus [9, 40]

$$\sigma_\infty - \sigma_s = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \epsilon_0}{\tau}. \quad (2.56)$$

Eli muutos ominaisjohtokyvyssä on suoraan verrannollinen muutokseen suhteellisessa permittiivisyydessä. Yhtälö (2.56) pätee hyvin vain prosesseille, joissa on yksi relaksaatioaika, mutta on kohtuullinen arvio myös prosesseille, joiden relaksaatioajat eivät ole jakaantuneet liian laajalti [40]. Se olisi mahdollista johtaa myös vertailemalla yhtälöitä (2.47) ja (2.54).

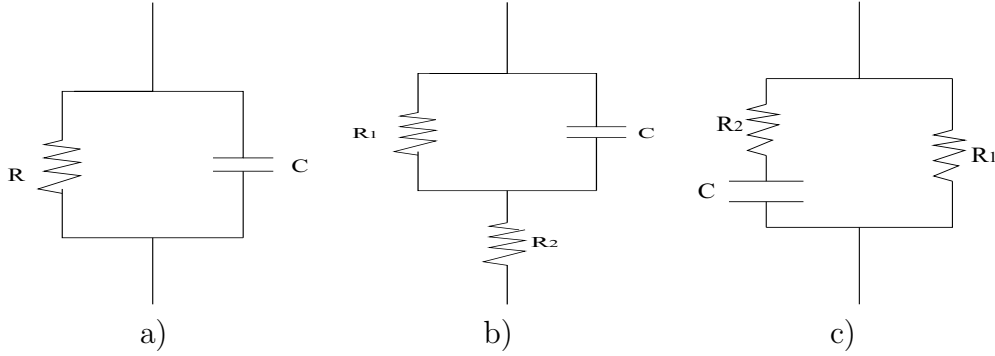
## 2.3 Näytteen impedanssi

Kokeellisesti saatua impedanssidataa voidaan analysoida joko käyttämällä fysikaaliseen teoriaan perustuvaa matemaattista mallia, joka ennustaa teoreettisen impedanssin, tai suhteellisen empiiristä ekvivalenttipiiriä. Tutkittaessa elektrodi-materiaali -systemiä täydellinen malli prosessille voi olla liian monimutkainen käyttää, joten usein kokeellisia impedansseja pyritäänkin approksimoimaan ekvivalenttipiirien impedansseilla.

### 2.3.1 Ekvivalenttipiirit

Ekvivalenttipiirit koostuvat ideaalisista vastuksista, kondensaattoreista ja muista tavallisista piirielementeistä. Kuitenkin materiaalien sähkönjohtavuusominaisuudet ovat jakautuneet, eli niillä on useita relaksaatioaikoja. Tällöin ideaaliset piirielementit eivät kuvaa hyvin sähköistä vastetta. Jakautuneiden impedanssielementtien (distributed impedance elements) kuten vakiovaihe-elementtien (constant-phase element, CPE) käyttö ekvivalenttipiireissä parantaa mallia. Sovittamalla näitä malleja mitattuihin impedanssin arvoihin saadaan selville näytettä kuvaavia suureita. Ne ovat yksinkertaisten ekvivalenttipiirien tapauksissa vastusten ja kondensaattoreiden arvoja.

Kuvassa 2.2 on kolme erilaista vastuksista ja kondensaattoreista koostuvaa piiriä, joita käytetään impedanssispektroskopiassa. Kuvassa 2.2 a) on



Kuva 2.2: Impedanssispektroskopiassa käytettäviä ekvivalenttipiirejä. Kuvassa a) on yksinkertainen ekvivalenttipiiri, jossa on vastus  $R$  ja kondensaattori  $C$ . Kuvassa b) on Lopicquen ekvivalenttipiiri, jossa on vastukset  $R_1$  ja  $R_2$  sekä kondensaattori  $C$ . Kuvassa c) on Fricken ja Morsen käyttämä ekvivalenttipiiri, jossa on vastukset  $R_1$  ja  $R_2$  sekä kondensaattori  $C$ .

yksinkertainen piiri [32], jossa on vastus  $R$  ja kondensaattori  $C$  rinnan kytkettynä. Sen impedanssi on

$$Z = \frac{R}{R^2\omega^2C^2 + 1} - j\frac{R^2\omega C}{R^2\omega^2C^2 + 1}. \quad (2.57)$$

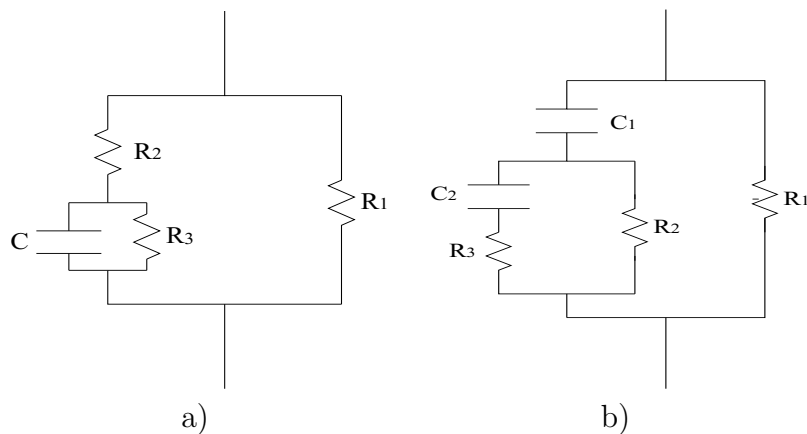
Kuvassa 2.2 b) on Lopicquen ekvivalenttipiiri [33]. Siinä on vastus  $R_2$  sarjassa rinnan olevien vastuksen  $R_1$  ja kondensaattorin  $C$  kanssa. Lopicque-mallin impedanssi on

$$Z = R_2 + \frac{R_1}{R_1^2\omega^2C^2 + 1} - j\frac{R_1^2\omega C}{R_1^2\omega^2C^2 + 1}. \quad (2.58)$$

Kuvassa 2.2 c) on Fricken ja Morsen käyttämä ekvivalenttipiiri [33]. Siinä on vastus  $R_1$  rinnan kondensaattorin  $C$  ja vastuksen  $R_2$  kanssa. Piirin impedanssi on

$$Z = \frac{R_1(1 + R_2(R_1 + R_2)\omega^2C^2)}{1 + (R_1 + R_2)^2\omega^2C^2} - j\frac{R_1^2\omega C}{1 + (R_1 + R_2)^2\omega^2C^2}. \quad (2.59)$$

Kuvan 2.2 c) malli kuvaa tyydyttävästi punasolunesteen impedanssia eri taajuuksilla [33]. Vastus  $R_1$  kuvaa solunulkoisen nesteen resistiivisiä ominaisuuksia, vastus  $R_2$  solunsisäisen nesteen resistiivisyyttä ja kondensaattori  $C$  solukalvojen kapasitanssia. Matalilla taajuuksilla sähkövirta kulkee solujen välissä, ja kokonaisimpedanssi vastaa solunulkoisen nesteen impedanssia. Korkeilla taajuuksilla sähkövirta kulkee solukalvojen ja solujen läpi.



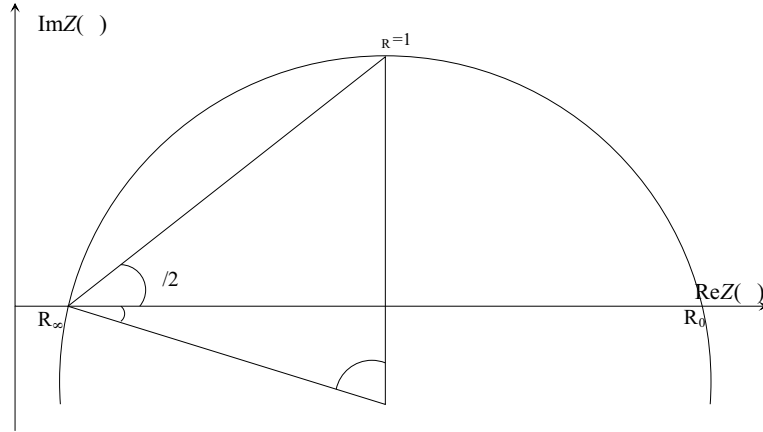
Kuva 2.3: Kasveille impedanssispektroskopiassa käytettyjä ekvivalenttipiirejä. Kuvassa a) on Haydenin malli, jossa on vastukset  $R_1$ ,  $R_2$  ja  $R_3$  sekä kondensaattori  $C$ . Kuvassa b) on kaksoiskuorimalli, jossa on vastukset  $R_1$ ,  $R_2$  ja  $R_3$  sekä kondensaattorit  $C_1$  ja  $C_2$ .

Kasvien impedanssia kuvaamaan on edellisten lisäksi esitetty muun muassa kahta mallia, jotka on esitetty kuvassa 2.3. Kuvassa 2.3 a) on Haydenin malli [17]. Siinä vastus  $R_1$  kuvaa soluseinien resistanssia, vastus  $R_2$  soluliiman resistanssia, vastus  $R_3$  kuvaa solukalvon resistanssia ja kondensaattori  $C$  solukalvon kapasitanssia. Kuvassa 2.3 b) on kaksoiskuorimalli (double shell model) [59]. Kaksoiskuorimallin kaltaista mallia on ehdotettu myös imusolujen malliksi. Imusoluilla on suurikokoinen tuma solun kokoon verrattuna, jolloin sähköiset ominaisuudet muistuttavat kasvin, jolla on suuri solunesteontelo, sähköisiä ominaisuuksia [59].

Myös muunlaisia ekvivalenttipiirejä on käytetty [2, 5, 25, 31, 57]. Ekvivalenttipiirin valinta riippuu tutkittavasta kohteesta sekä siitä, mitä ominaisuuksia halutaan tarkastella.

Ekvivalenttipiiristä lasketut impedanssin arvot piirrettynä Argand-diagrammiin siten, että imaginaariakselin negatiivinen osa on ylöspäin, muodostavat puoliympyrän kaaren. Impedanssin arvot sijoittuvat kaarelle siten, että matalimmat taajuudet ovat oikeassa reunassa ja taajuuden kasvaessa siirrytään vasemmalle. Ympyrän keskipiste sijaitsee reaaliakselilla. Monille kudoksille ja elektrodi-materiaali -systemeille näytteestä mitatut impedanssin arvot muodostavat muuten vastaavanlaisen kuvan paitsi, että ympyrän keskipiste on reaaliakselin alapuolella eikä ympyrän kaari leikkaa origoa millään taajuusarvolla. Puoliympyrä ei myöskään välttämättä ole täydellisen muotoinen. Tällainen impedanssin kaari on kuvassa 2.4. Ympyrän keskipisteen vajoaminen johtuu elektrodi-materiaali -systemin jakautuneista





Kuva 2.4: Biologisen materian impedanssin arvoille tyypillinen ympyräkaaren kuva. Impedanssin imaginaariosa  $-\text{Im}Z(\Omega)$  reaaliosan  $\text{Re}Z(\Omega)$  funktiona.  $R_0$  on matalan taajuuden resistanssi,  $R_\infty$  on korkean taajuuden resistanssi,  $\theta$ - ja  $\chi$ -kulmat kuvaavat ympyrän keskipisteen etäisyyttä reaaliakseliin. Impedanssin arvot sijoittuvat kaarelle siten, että matalimmat taajuudet ovat oikealla ja taajuuden kasvaessa siirtyvät vasemmalle. Kaaren huipulla kulmataajuuden  $\omega$  ja relaksaation aikavakion  $\tau_R$  tulo saa arvon yksi.

elementeistä. Relaksaatioaika  $\tau$  ei ole yksi luku, vaan relaksaatioajat ovat jakautuneen jatkuvasti tai diskreetisti keskiarvon  $\tau_m = 1/\omega_m$  ympärille [32]. Keskipisteen paikkaa kuvaava kulma  $\theta$  on verrannollinen relaksaatioaikojen jakauman leveyteen. Impedanssikaarikuvan toteuttaa hyvin yhtälö [32, 33]

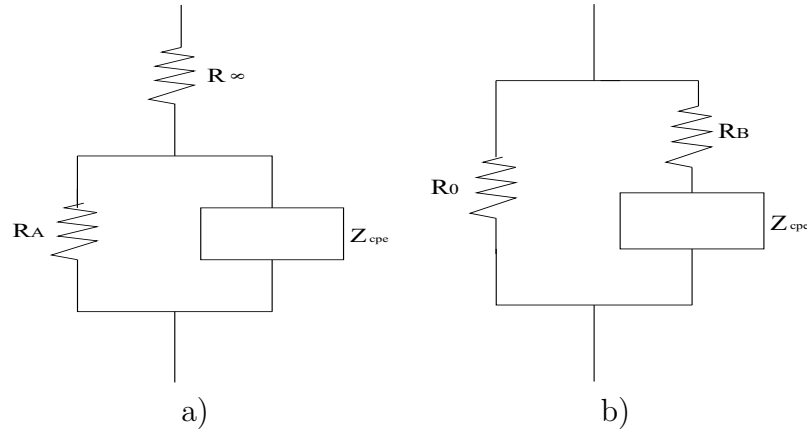
$$Z = R_\infty + \frac{R_0 - R_\infty}{1 + (j\omega\tau_R)^\psi}, \quad (2.60)$$

missä  $R_0$  on matalan taajuuden resistanssi,  $R_\infty$  on korkean taajuuden resistanssi,  $\tau_R$  on relaksaatiolle ominainen aikavakio ja  $\psi$  on vakio, joka kuvaa ympyrän keskipisteen etäisyyttä reaaliakseliin. Se saa arvoja väliltä  $0 \leq \psi \leq 1$ . Funktion imaginaariosa on minimissään, kun  $\omega = \tau_R^{-1}$ . Tällöin kuvassa ollaan kaaren huipulla. Ympyrän keskipisteen paikkaa kuvaavan kulman  $\theta$  ja parametrin  $\psi$  välillä on suhde

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \chi = \frac{\pi}{2} (1 - \psi), \quad (2.61)$$

missä on määritelty  $\chi = \pi\psi/2$ . Kun määritellään  $\psi = 1 - \alpha$  ja  $\tau_R = 1/(2\pi f_R)$ , voidaan yhtälö (2.60) kirjoittaa muodossa

$$Z = R_\infty + \frac{R_0 - R_\infty}{1 + (jf/f_R)^{1-\alpha}}. \quad (2.62)$$



Kuva 2.5: Kaksi ekvivalenttipiiriä, jotka toteuttavat ympyräkaaren yhtälön (2.62). Kuvassa a) on vastukset  $R_\infty$  ja  $R_A$  sekä vakiovaihe-elementti  $Z_{cpe}$ . Kuvassa b) on vastukset  $R_0$  ja  $R_B$  sekä vakiovaihe-elementti  $Z_{cpe}$ .

Verrattaessa tätä kappaleessa 2.2.1 esitettyyn kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden Cole-Cole-yhtälöön (2.43) havitaan niiden samankaltaisuus. Yhtälöitä (2.60) ja (2.62) kutsutaan yleensä Cole-yhtälöiksi [33].

Cole-yhtälö on mahdollista toteuttaa kahdella erilaisella ekvivalenttipiirillä [33], jotka ovat kuvassa 2.5. Kuvassa 2.5 a) on vastus  $R_\infty$  sarjassa rinnan olevien vastuksen  $R_A$  ja vakiovaihe-elementin  $Z_{cpe}$  kanssa. Jotta piiri toteuttaisi yhtälöt (2.60) ja (2.62), on komponenttien oltava muotoa

$$R_A = R_0 - R_\infty \quad (2.63)$$

$$Z_{cpe} = K_A (j\omega)^{-(1-\alpha)} \quad (2.64)$$

$$K_A = \frac{R_0 - R_\infty}{\tau_R^{1-\alpha}}. \quad (2.65)$$

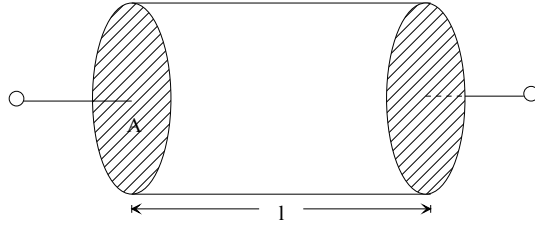
Kuvassa 2.5 b) on vastus  $R_0$  rinnan vastuksen  $R_B$  ja vakiovaihe-elementin  $Z_{cpe}$  kanssa. Komponentit ovat muotoa

$$R_B = \frac{R_0 R_\infty}{R_0 - R_\infty} \quad (2.66)$$

$$Z_{cpe} = K_B (j\omega)^{-(1-\alpha)} \quad (2.67)$$

$$K_B = \frac{R_0^2}{(R_0 - R_\infty) \tau_R^{1-\alpha}}. \quad (2.68)$$

Cole-yhtälöä ja sen toteuttavia ekvivalenttipiirejä on käytetty paljon impedanssispektroskopiassa. Niitä sovittamalla saadaan selville kohteelle ominaisia suureita kuten  $\alpha$ -parametri ja ominaistajuus.



Kuva 2.6: Sylinterin mallinen mittakenno, jonka elektrodien pinta-ala on  $A$  ja niiden välinen etäisyys on  $l$ .

Myös monimutkaisempia vakiovaihe-elementin sisältäviä ekvivalenttipiirejä on käytetty [3, 31, 43, 47]. Ekvivalenttipiirin valinnan määrää tässäkin tapauksessa tutkittavan kohteen laatu ja tutkimuksen tarkoitus.

Tarkastellaan vielä kuvan 2.5 a) ekvivalenttipiirin vakiovaihe-elementtiä. Kirjoitetaan yhtälön (2.64) reaali- ja imaginaariosat erilleen

$$Z_{\text{cpe}} = K_A \omega^{-(1-\alpha)} \cos\left(\frac{\pi}{2}(1-\alpha)\right) - j K_A \omega^{-(1-\alpha)} \sin\left(\frac{\pi}{2}(1-\alpha)\right). \quad (2.69)$$

Sen vaihekulma on

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}Z_{\text{cpe}}}{\text{Re}Z_{\text{cpe}}}\right) = -\frac{\pi}{2}(1-\alpha), \quad (2.70)$$

eli, kuten nimi vakiovaihe-elementtikin kertoo, vaihekulma ei riipu taajuudesta.

### 2.3.2 Johtavuuden ja permittiivisyyden määrittäminen

Käsitellään seuraavaksi biologisen materiaan sähköjohtavuutta kuvaavien parametrien, ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden, määrittämistä kokeellisista impedanssin arvoista. Oletetaan, että tutkittava näyte on mittakenno, jonka päissä on identtiset elektrodit. Merkitään näytteen pituutta  $l$ :lla ja elektrodien pinta-alaa  $A$ :lla. Tällainen sylinterin mallinen mittakenno on esitetty kuvassa 2.6.

Kappaleessa 2.2.1 johdettiin kokonaisvirtatiheydeksi (2.19)

$$J = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)E. \quad (2.71)$$

Nyt tarkasteltavassa tilanteessa on kokonaisvirtatiheydelle ja sähkökentän voimakkuudelle voimassa yhtälöt  $J = I/A$  ja  $E = V/l$ . Sijoitetaan nämä yhtälöön (2.71), jolloin saadaan

$$\frac{I}{V} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)\frac{A}{l}. \quad (2.72)$$

Tämä saadaan yhtälön (2.4) perusteella muotoon

$$\frac{1}{Z} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)\frac{A}{l}, \quad (2.73)$$

mistä impedanssin arvoksi voidaan johtaa

$$Z = \frac{\sigma}{\sigma^2 + \omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2} \frac{l}{A} - j \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\sigma^2 + \omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2} \frac{l}{A}. \quad (2.74)$$

Yhtälöstä (2.73) voidaan johtaa yhtälöt aineen ominaisjohtokyvyille ja suhteelliselle permittiivisyydelle impedanssin funktiona

$$\sigma = \frac{\cos(\theta) l}{|Z| A}, \quad (2.75)$$

$$\varepsilon_r = \frac{-\sin(\theta) l}{|Z|\omega\varepsilon_0 A} \quad (2.76)$$

missä  $|Z|$  on impedanssin moduli ja  $\theta$  on impedanssin vaihekulma.

Nämä yhtälöt olisi mahdollista johtaa myös tarkastelemalla esimerkiksi [9, 39] tutkittavalla materiaalilla täytetystä kondensaattorista, jonka elektrodien pinta-ala on  $A$  ja niiden välinen etäisyys  $l$ . Kondensaattoria voidaan kuvata sen sähköisen konduktanssin  $G$  ja kapasitanssin  $C$  avulla. Kun piiriin syötetään jännitteen askelfunktio, konduktanssin ja kapasitanssin arvoiksi saadaan [9]

$$G = \sigma_s \frac{A}{l} \quad (2.77)$$

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_s \frac{A}{l}, \quad (2.78)$$

missä  $\sigma_s$  on materiaalin staattinen ominaisjohtokyky ja  $\varepsilon_s$  on staattinen suhteellinen permittiivisyys. Jos materiaalissa tapahtuu relaksaatiota, vaste syötettyyn askelfunktioon riippuu ajasta. Siinä tapauksessa yhtälöiden (2.77) ja (2.78) staattinen ominaisjohtokyky ja staattinen suhteellinen permittiivisyys ovat raja-arvoja, kun jännitteen syöttämisestä on kulunut äärettömän kauan. Tällöin vastetta vaihtojännitteelle  $V = |V|e^{j\omega t}$  voidaan kuvata taaajuudesta riippuvilla suureilla: ominaisjohtokyvyllä  $\sigma$  ja suhteellisella permittiivisyydellä  $\varepsilon_r$ . Ekvivalenttipiiriin impedanssille pätee

$$\frac{1}{Z} = G + j\omega C. \quad (2.79)$$

Tästä impedanssin arvoksi voidaan johtaa

$$Z = \frac{G - j\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2}, \quad (2.80)$$

mistä edelleen saadaan yhtälö (2.74) sijoittamalla siihen konduktanssin ja kapasitanssin yhtälöt. Yhtälöstä (2.79) voidaan johtaa yhtälöt (2.75) ja (2.76) aineen ominaisjohtokyvylle ja suhteelliselle permittiivisyydelle impedanssin funktiona. Jos ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys oletetaan taajuudesta riippumattomiksi, voidaan ne ratkaista sovittamalla yhtälö (2.74) mittauksiin. Tilanne monimutkaistuu, kun tarkastellaan epähomogeenista näytettä, jonka komponenttien johtavuudet ja permittiivisyydet halutaan määrittää. Yksinkertainen esimerkki epähomogeenisen näytteen tutkimisesta on kondensaattori, joka sisältää kaksikerroksisen tutkittavan näytteen [39]. Ongelma monimutkaistuu, kun kerroksia oletetaan olevan enemmän tai kun epähomogeenisuudet eivät ole jakaantuneet kerroksittain. Näitäkin voidaan kuvata ekvivalenttipiireillä, joissa johtavuuksia ja permittiivisyyksiä kuvataan konduktanssien ja kapasitanssien avulla.

### 2.3.3 Mittauselektrodien impedanssi

Impedanssimittauksissa virheitä aiheuttavat muun muassa lämpötila, elektrodien polarisaatio, sähkökentän epätasaisuus ja näytteen valmistelu [28]. Myös ympäristöolosuhteet vaikuttavat [4]. Pahin ongelma on kuitenkin elektrodien aiheuttama.

Impedanssispektroskopiassa on mittaustuloksissa näytteen impedanssin lisäksi mukana myös elektrodien impedanssi. Elektrodien polarisaatio onkin impedanssispektroskopiamittauksissa pahin ongelma mitattaessa  $\alpha$ - ja  $\beta$ -dispersioiden esiintymistajuuksilla [28]. Elektrodi-impedanssiin vaikuttavat muun muassa mittausmenetelmä ja elektrodimateriaali. Kun halutaan tutkia mitattavan kohteen rakennetta tai toimintaa, on elektrodit valittava siten, että ne vaikuttavat mahdollisimman vähän mittaustuloksiin. Jos taas halutaan tutkia elektrodeilla tapahtuvia reaktioita, on valittava sopivat kemiallisesti aktiiviset mittauselektrodit. Elektrodi-impedanssin minimointi ei ole välttämätöntä mittauksissa, joissa käytetään tulosten tarkasteluna mallin sovitusta, mikäli elektrodi-impedanssi tunnetaan riittävän tarkasti ja voidaan erottaa mittauksista [50]. Impedanssitomografiasa puhutaan kontakti-impedanssista. Tällä tarkoitetaan elektrodeilla tapahtuvaan sähkökemialliseen reaktioon ja tutkittavan kohteen pintakerrokseen, yleensä ihoon, liittyvää tuntematonta impedanssia. Kontakti-impedanssi on dominoiva matalilla taajuuksilla, ja sen ominaistajuuksuus on noin 10 Hz [34].

Biosähköisissä mittauksissa käytettävät elektrodit voidaan jakaa valmistusmateriaalinsa perusteella kolmeen ryhmään [50]: metallielektrodeihin, metalli-metallisuolaelektrodeihin sekä muihin elektrodeihin, kuten puolijohde- ja hiilikuituelektrodeihin. Teoreettisesti elektrodit voidaan jakaa kahteen ryhmään [35]: täydellisesti polarisoituviin ja täydellisesti ei-

polarisoituihin elektrodeihin. Polarisoituvilla elektrodeilla ei virtaa syötettäessä tapahdu lainkaan varsinaisten varausten siirtymistä elektrodi-elektrolyytti -rajapinnalla, vaan kaikki syntyvä virta on siirrosvirtaa. Elektrodi käyttäytyy siis kuten ideaalinen kondensaattori. Polarisoitumattomia elektrodeja ovat puolestaan ne, joissa virta läpäisee vapaasti elektrodi-elektrolyytti -rajapinnan. Käytännössä kumpiakaan elektrodeja ei voida valmistaa, mutta eräissä käytännön elektrodeissa päästään lähelle näitä ominaisuuksia. Puhtaita metallielektrodeja pidetään polarisoituvina, ja näistä lähinnä täydellisesti polarisoituvia ovat jalometalleista valmistetut elektrodit. Metallielektrodien etuja ovat niiden valmistamisen helppous, mekaaninen kestävyys ja helppo muotoiltavuus. Metallimetallisuolaelektrodeja pidetään polarisoitumattomina. Yleisimmin käytetty metalli-metallisuolaelektrodi on hopea-hopeakloridielektrodi. Sitä käytetään yleisesti myös impedanssitomografiassa. Tasavirta- ja matalataajuisiin jännitemittauksiin sopivimpia ovat polarisoitumattomat elektrodit, koska polarisoituminen häiritsee voimakkaimmin juuri näitä mittauksia. Korkeataajuisiin ja kemiallisia reaktioita tarkasteleviin mittauksiin sopivimpia ovat puolestaan polarisoituvat elektrodit [50].

Elektrodi-impedanssia on pyritty minimoimaan elektrodimateriaalin valinnalla, säätelämällä elektrodien rakennetta, elektrodien pintakäsittelyllä sekä valitsemalla sopiva mittaussuunnitelma. Eräät elektrodien pinnalla käytettävät lisäaineet vähentävät elektrodien impedanssia. Yleisempiä lisäaineita ovat erilaiset pastat, joilla elektrodi-näyte -liitoksen kontakti-impedanssia pienennetään. Artikkelissa [63] on tutkittu erilaisia elektrodipastoja mittauksissa hopea-hopeakloridi-, ruostumaton teräs-, kulta- ja hopeaelektrodeilla. Siinä havaittiin kohinan hopea-hopeakloridielektrodeilla ja ruostumattomasta teräksestä valmistetuilla elektrodeilla olevan kaikilla tutkituilla elektrodipastoilla häviävän pientä. Kulta- ja hopeaelektrodeilla havaittiin suurempaa kohinaa, jonka suuruus korreloi  $\text{Na}^+$ -,  $\text{Ca}^{2+}$ - ja  $\text{Cl}^-$ -konsentraation kanssa. Elektrodi-impedanssiin on havaittu vaikuttavan myös elektrodien pinta-alan, pH:n ja lämpötilan [34, 41]. Elektrodissa olevat terävät kulmat ja epätasaisuudet voivat aiheuttaa epätasaisen varausjakautuman ja muutoksia impedanssiin. Elektrodi-impedanssin pienentämiseksi pintoja on käsitelty muun muassa kiillottamalla ja pinnoittamalla ne erilaisilla kerroksilla. Myös mittauskytkentä vaikuttaa elektrodi-impedanssiin. Kahden elektrodin menetelmässä virtaa syöttävät elektrodit ja mittauselektrodit ovat samoja elektrodeja, kun taas neljän elektrodin menetelmässä ne ovat erillään. Neljän elektrodin menetelmällä saadaan kohteen ja elektrodin välille muodostuva kontakti-impedanssi minimoitua, sillä jännitemittauksia ei tehdä virtaa syöttävistä elektrodeista. On myös kehitelty yhdistelmäelektrodeja, joissa virran syöttö ja jännitteen mittausta tapahtuvat eri osissa elektrodia [20].

Elektrodi-impedanssia on määritetty sovittamalla erilaisia matemaattisia malleja mittaustuloksiin [36, 42, 50] ja ekstrapolointimenetelmällä [50, 52]. Elektrodiä voidaan kuvata vastusten ja kondensaattoreiden muodostamalla kytkennällä sekä monimutkaisemmilla matemaattisilla malleilla. Sovittamalla malli mittaustuloksiin saadaan eri komponenttien arvot selville. Toinen vaihtoehto elektrodi-impedanssin määrittämiseen on mitata näytteen impedanssi usealla elektrodien välimatkalla ja ekstrapoloida tulokset vastaamaan välimatkan arvoa nolla. Tällöin väliainetta ei ole, ja impedanssi on kokonaan elektrodien aiheuttamaa. Ekstrapolointi voidaan suorittaa PNS-sovitukseksi sovittamalla mitattuihin impedanssin arvoihin polynomi, jolloin sovituksesta saatava vakio-termi vastaa elektrodi-impedanssin arvoa.

Tarkastellaan jälleen kappaleessa 2.3.2 esitettyä tilannetta, jossa tutkittava näyte on mittakennossa, jonka päissä on identtiset elektrodit. Kappaleessa 2.3.2 johdettu impedanssin yhtälö (2.74) voidaan laajentaa sisältämään mitauselektrodien elektrodi-impedanssi  $Z_{el}$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{l}{A} + 2Z_{el} \\ &= \frac{\sigma}{\sigma^2 + \omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2} \frac{l}{A} + 2\operatorname{Re}Z_{el} \\ &\quad - j \left( \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\sigma^2 + \omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2} \frac{l}{A} - 2\operatorname{Im}Z_{el} \right). \end{aligned} \quad (2.81)$$

Kun impedanssi on mitattu usealla elektrodien välimatkalla, voidaan ominaisjohtokyvyn, suhteellisen permittiivisyyden ja elektrodi-impedanssin arvot ratkaista sovittamalla yhtälö (2.81) mitattuihin impedanssin arvoihin.

## 2.4 Maxwell-teoreettinen lähestymistapa

Käyttäen lähtökohtana Maxwellin yhtälöitä voidaan johtaa täydellinen elektrodimalli. Sillä voidaan ratkaista kohteen ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys sekä elektrodien kontakti-impedanssin arvot. Seuraavassa esitetään täydellisen elektrodimallin johtaminen.

Tarkastellaan sähkömagneettisten kenttien mallintamista väliaineessa lähtien Maxwellin yhtälöistä

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.82)$$

$$\nabla \times H = J_f + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (2.83)$$

missä  $E$  on sähkökentän voimakkuus,  $B$  on magneettivuon tiheys,  $H$  on magneettikentän voimakkuus,  $J_f$  on virtatiheys ja  $D$  on sähköinen siirtymä. Tarkastellaan niin sanottua aikaharmonista tilannetta, jolloin sähkö- ja magneettikentät ovat muotoa

$$E = |E|e^{j\omega t} \quad (2.84)$$

$$B = |B|e^{j\omega t}. \quad (2.85)$$

Edelleen on voimassa oletukset väliaineen lineaarisuudesta ja isotrooppisuudesta. Tällöin pätee

$$J_f = \sigma E \quad (2.86)$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \quad (2.87)$$

$$B = \mu H, \quad (2.88)$$

missä  $\sigma$  on ominaisjohtokyky,  $\varepsilon_0$  on tyhjiön permittiivisyys ja  $\varepsilon_r$  on aineen suhteellinen permittiivisyys, kuten yhtälöissä (2.12) ja (2.16), ja  $\mu$  on permeabiliteetti. Yhtälöt (2.82) ja (2.83) voidaan kirjoittaa muodossa

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H \quad (2.89)$$

$$\nabla \times H = J_f + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r E. \quad (2.90)$$

Virtatiheys  $J_f$  voidaan jakaa kahteen komponenttiin  $J_f = J_o + J_s$ , missä  $J_o = \sigma E$  on niin sanottu ohminen virta ja  $J_s$  on lähdevirta eli kohteeseen syötetty virta. Nyt yhtälöt (2.89) ja (2.90) saadaan kirjoitettua muotoon

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H \quad (2.91)$$

$$\nabla \times H = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) E + J_s. \quad (2.92)$$

Oletetaan magneettinen induktio merkityksettömäksi [56], jolloin on olemassa sähköinen potentiaali  $u$  siten, että

$$E = -\nabla u. \quad (2.93)$$

Ottamalla divergenssi puolittain yhtälöstä (2.92) ja sijoittamalla siihen yhtälö (2.93), saadaan kirjoitettua

$$\nabla \cdot (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \nabla u = \nabla \cdot J_s. \quad (2.94)$$

Kun sisäisiä virtalähteitä ei ole, voidaan lähdevirta  $J_s$  olettaa kohteen sisällä nolllaksi. Eli kohteen  $\Omega$  sisällä pätee

$$\nabla \cdot ((\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \nabla u) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (2.95)$$



Mittauksissa kohteeseen syötetään virtaa sen pinnalla olevien elektrodien kautta, eli kohteen reunalla lähdevirta ei ole nolla. Kohteen pintaan syntyy virtatiheys, jonka normaalin suuntaista komponenttia merkitään  $i$ :llä. Nyt reunaehdoksi voidaan kirjoittaa

$$(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} = i, \quad x \in \partial\Omega, \quad (2.96)$$

missä  $\nu$  on kohteen pinnasta ulospäin osoittava yksikkönormaali. Kun  $i$  valitaan jatkuvaksi funktioksi, muodostavat yhtälöt (2.95) ja (2.96) niin sanotun jatkuvan elektrodimallin.

Parempi malli saadaan asettamalla  $i$  vakioksi elektrodien kohdalla ja nolaksi elektrodien välissä, eli

$$i = \begin{cases} \frac{I_\ell}{|e_\ell|} & \text{elektrodilla } e_\ell, \ell = 1, 2, \dots, L \\ 0 & \text{elektrodien välissä,} \end{cases} \quad (2.97)$$

missä  $I_\ell$  on elektrodille tuleva virta ja  $|e_\ell|$  on elektrodin pinta-ala. Yhtälöt (2.95)–(2.97) muodostavat niin sanotun diskreetin mallin.

Huomioidaan vielä oikosulkuefektin olettamalla elektrodi täydelliseksi johteeksi. Tällöin potentiaali elektrodilla on vakio, eli

$$u = U_\ell \quad \text{elektrodilla } e_\ell, \ell = 1, 2, \dots, L, \quad (2.98)$$

missä  $U_\ell$  on mitatut jännitteet. Yhtälön (2.96) reunaehto korvataan seuraavilla reunaehdoilla

$$\int_{e_\ell} (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} dS = I_\ell, \quad \ell = 1, 2, \dots, L \quad (2.99)$$

$$(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad \text{elektrodien välissä.} \quad (2.100)$$

Yhtälöistä (2.95), (2.98), (2.99) ja (2.100) koostuvaa mallia kutsutaan oikosulkumalliksi.

Kun lisätään yhtälöön (2.98) kontakti-impedanssin  $z_\ell$  huomioiva tekijä, saadaan täydellinen elektrodimalli, joka koostuu seuraavista yhtälöistä

$$\nabla \cdot ((\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \nabla u) = 0, \quad x \in \Omega \quad (2.101)$$

$$u + z_\ell (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} = U_\ell, \quad x \in e_\ell, \ell = 1, 2, \dots, L \quad (2.102)$$

$$\int_{e_\ell} (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} dS = I_\ell, \quad \ell = 1, 2, \dots, L \quad (2.103)$$

$$(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad x \in \partial\Omega \setminus \bigcup_{\ell=1}^L e_\ell. \quad (2.104)$$

Lisätään malliin vielä varauksensäilymlaki

$$\sum_{\ell=1}^L I_{\ell} = 0, \quad (2.105)$$

joka takaa ratkaisun olemassaolon. Lisäksi määritellään maapotentiaali

$$\sum_{\ell=1}^L U_{\ell} = 0, \quad (2.106)$$

joka takaa ratkaisun yksikäsitteisyyden.

# Luku 3

## Laskennallinen teoria

Tässä luvussa käsitellään impedanssispektroskopiaan liittyvää laskennallista teoriaa. Aluksi käydään läpi epälineaarisen estimoinnin teoriaa, mitä tarvitaan sähköjohtavuusominaisuuksien määrittämiseen. Lisäksi käsitellään elementtimenetelmän teoriaa ja muodostetaan täydellisen elektrodimallin FEM-ratkaisu. Elementtimenetelmää tarvitaan, kun halutaan ratkaista sähköjohtavuutta kuvaavia suureita täydellisellä elektrodimallilla.

### 3.1 Epälineaarinen estimointi

Sähköjohtavuutta kuvaavia parametreja ratkaistaan sovittamalla erilaisia malleja mittaustuloksiin. Sovitukseen tarvitaan epälineaarista estimointia, mistä eräs menetelmä on Gauss-Newton-estimointi.

#### 3.1.1 Gauss-Newton-menetelmä

Olkoon estimoitavia parametreja  $\theta_i$   $N$  kappaletta ja havaintoja  $z_i$   $M$  kappaletta. Epälineaarinen havaintomalli on muotoa

$$z = h(\theta) + v, \quad (3.1)$$

missä  $z \in \mathbb{R}^M$ ,  $\theta \in \mathbb{R}^N$  ja  $v$  on vektori, joka sisältää havaintojen virheet  $v_i$ .  $h$  on  $\theta$ :n suhteen epälineaarinen jatkuvasti differentioituva funktio. PNS-estimaatti eli pienimmän neliösumman estimaatti  $\hat{\theta}$  parametreille  $\theta$  minimoi virheiden neliöllisen summan

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \sum_{i=1}^M v_i^2 = \sum_{i=1}^M (z_i - h_i(\theta))^2 \\ &= (z - h(\theta))^T (z - h(\theta)). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Jos havaintojen ja parametrien välillä on lineaarinen yhteys, havaintomalli (3.1) voidaan kirjoittaa muodossa

$$z = H\theta + v, \quad (3.3)$$

missä  $H \in \mathbb{R}^{M \times N}$ . PNS-estimaatti minimoi yhtälön (3.2) mukaisesti suuretta

$$l(\theta) = \|z - H\theta\|^2. \quad (3.4)$$

PNS-ratkaisu saadaan niin sanotun normaaliyhtälön

$$H^T z = H^T H \hat{\theta} \quad (3.5)$$

ratkaisuna, eli

$$\hat{\theta}_{LS} = (H^T H)^{-1} H^T z. \quad (3.6)$$

Ratkaisu on yksikäsitteinen, jos toista derivaattaa vastaava kuvaus  $H^T H$  on positiividefiniitti, mikä toteutuu, jos  $H$  on täysirankinen [26].

Tarkastellaan nyt havaintomallia (3.1). Approksimoidaan  $h$ :ta lineaarisella funktiolla pisteen  $\theta_0$  ympäristössä s.e.

$$h(\theta) = h(\theta_0) + J(\theta_0) (\theta - \theta_0), \quad (3.7)$$

missä  $J(\theta_0) = \frac{\partial h}{\partial \theta}(\theta_0)$  on  $h$ :n Jacobin matriisi pisteessä  $\theta_0$ . PNS-estimaatti minimoi siis normia

$$l(\theta) = \|z - h(\theta)\|^2, \quad (3.8)$$

joka voidaan nyt yhtälön (3.7) perusteella kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \|z - h(\theta_0) - J(\theta_0) (\theta - \theta_0)\|^2 \\ &= \|z - h(\theta_0) + J(\theta_0)\theta_0 - J(\theta_0)\theta\|^2 \\ &= \|z' - J(\theta_0)\theta\|^2 \\ &= \|z' - J\theta\|^2, \end{aligned} \quad (3.9)$$

missä on merkitty  $z' = z - h(\theta_0) + J(\theta_0)\theta_0$  ja  $J(\theta_0) = J$ . Nyt PNS-ratkaisuksi saadaan

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= (J^T J)^{-1} J^T z' \\ &= (J^T J)^{-1} J^T (z - h(\theta_0) + J\theta_0) \\ &= \theta_0 + (J^T J)^{-1} J^T (z - h(\theta_0)). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Kirjoitetaan yhtälö vielä rekursiiviseen muotoon [26]

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + k (J^T J)^{-1} J^T (z - h(\hat{\theta}_i)), \quad (3.11)$$

missä  $k$  on rekursioaskelpituus, eli se säätelee suppenemista.

Kun havainnot ovat kompleksisia suureita, voidaan minimoitava normi (3.8) kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned}
l(\theta) &= \|(Rez + jImz) - (Reh + jImh)\|^2 \\
&= \|(Rez - Reh) + j(Imz - Imh)\|^2 \\
&= ((Rez - Reh) + j(Imz - Imh))^T ((Rez - Reh) - j(Imz - Imh)) \\
&= \sum_{i=1}^M ((Rez_i - Reh_i)^2 + (Imz_i - Imh_i)^2) \\
&= \sum_{i=1}^M (Rez_i - Reh_i)^2 + \sum_{i=1}^M (Imz_i - Imh_i)^2 \\
&= (Rez - Reh)^T (Rez - Reh) + (Imz - Imh)^T (Imz - Imh) \\
&= \begin{pmatrix} (Rez - Reh)^T & (Imz - Imh)^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Rez - Reh \\ Imz - Imh \end{pmatrix} \\
&= \left\| \begin{pmatrix} Rez \\ Imz \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Reh \\ Imh \end{pmatrix} \right\|^2.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Eli iteraatiokaavassa (3.11) kirjoitetaan rekursiohavaintovektori, funktion  $h$  arvot ja Jacobin matriisi siten, että lukujen reaali- ja imaginaariosat ovat allekkain

$$z = (Rez_1 \ \dots \ Rez_M \ Imz_1 \ \dots \ Imz_M)^T \tag{3.13}$$

$$h = (Reh_1 \ \dots \ Reh_M \ Imh_1 \ \dots \ Imh_M)^T \tag{3.14}$$

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial Reh_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Reh_1}{\partial \theta_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Reh_M}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Reh_M}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial Imh_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Imh_1}{\partial \theta_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Imh_M}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Imh_M}{\partial \theta_N} \end{pmatrix}. \tag{3.15}$$

### Painomatriisin käyttö Gauss-Newton-iteraatiossa

Joskus estimoitaessa on tilanne, että estimoitavat parametrit ovat hyvin erisuuria. Näin on esimerkiksi silloin, kun tutkitaan piiriä, jossa on hyvin pieniä kondensaattoreita ja suuria vastuksia. Yhtälön (3.11) matriisin  $J^T J$  käänteismatriisin ratkaiseminen on tällöin hankalaa. Se voidaan tehdä seuraaksi esitettävällä tavalla viitteen [30] mukaisesti.

Kirjoitetaan Gauss-Newton-iteraatiokaava muodossa

$$\hat{\theta}_{i+1} - \hat{\theta}_i = (J^T J)^{-1} J^T (z - h(\hat{\theta}_i)). \quad (3.16)$$

Merkitään  $\hat{\theta}_{i+1} - \hat{\theta}_i = \Delta\hat{\theta}_i$ , ja kirjoitetaan edelleen

$$(J^T J) \Delta\hat{\theta}_i = J^T (z - h(\hat{\theta}_i)). \quad (3.17)$$

Kun vielä käytetään merkintöjä  $(J^T J) = A$  ja  $J^T (z - h(\hat{\theta}_i)) = b$ , voidaan iteraatio kirjoittaa muodossa

$$A\Delta\hat{\theta}_i = b. \quad (3.18)$$

Tämä ongelma korvataan nyt ongelmalla

$$\tilde{A}\tilde{\Delta\theta}_i = \tilde{b}, \quad (3.19)$$

missä

$$\tilde{A} = AH \quad (3.20)$$

$$\tilde{b} = b - A\xi \quad (3.21)$$

$$\Delta\hat{\theta}_i = H\tilde{\Delta\theta}_i + \xi, \quad (3.22)$$

missä on  $\xi$  on jokin ratkaisun  $\Delta\hat{\theta}_i$  oletettu arvo.  $H$  on muunnosmatriisi, ja sitä voidaan pitää matriisin  $A$  sarakkeiden painotusoperaattorina, mikäli se on diagonaalinen  $N \times N$  matriisi. Kun  $H$  ei ole singulaarinen, muunnos ei muuta ongelmaa matemaattisesti. Se kuitenkin muuttaa matriisin  $A$  kuntoisuuslukuja edellyttäen, että matriisi  $H$  ei ole ortogonaalinen. Matriisi  $H$  voidaan valita siten, että matriisin  $\tilde{A}$  kuntoisuusluku on pieni. Nämä toteutuvat valitsemalla  $H$ :n diagonaalialkioiksi

$$H(j, j) = \begin{cases} \|a_j\|^{-1}, & \|a_j\| \neq 0 \\ 1, & \|a_j\| = 0, \end{cases} \quad (3.23)$$

missä  $a_j$  on matriisin  $A$   $j$ :s sarake. Gauss-Newton-iteraatio voidaan siis kirjoittaa muodossa

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + k \left( H\tilde{\Delta\theta}_i + \xi \right), \quad (3.24)$$

missä

$$\tilde{\Delta\theta}_i = \tilde{A}^{-1}\tilde{b}, \quad (3.25)$$

$\tilde{A}$ ,  $\tilde{b}$  ja  $H$  ovat kuin kuten kaavoissa (3.20), (3.21) ja (3.23) ja  $k$  on rekursiion askelpituus.  $\xi$ :ksi voidaan valita nollavektori.

### 3.1.2 Epälineaarisen mallin regularisoitu ratkaisu

Joskus ratkaisu on herkkä datan virheille tai ratkaisu ei ole yksikäsitteinen. Jos esimerkiksi ratkaisu riippuu epäjatkevasti havainnoista, pienetkin virheet mittauksissa voivat aiheuttaa suuria virheitä ratkaisuun. Ratkaisulle saateetaan myös haluta asettaa ehtoja. Tehokas keino edellä mainittuihin ongelmiin on niin sanottu regularisointi. Regularisoinnissa huonosti asetettu ongelma pyritään korvaamaan hyvin asetetulla ongelmalla.

Yleistetyssä Tihonov-regularisoinnissa minimoitava funktionaali on muotoa [24]

$$l_\alpha(\theta) = \|z - h(\theta)\|^2 + \alpha \|L(\theta - \theta^*)\|^2, \quad (3.26)$$

missä  $\alpha$  on niin sanottu regularisointiparametri,  $L$  on regularisointimatriisi, joka voi esimerkiksi olla yksikkömatriisi tai differenssimatriisi, ja  $\theta^*$  on parametrien  $\theta$  jokin oletettu arvo. Funktionaali (3.26) voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} l_\alpha(\theta) &= (z - h(\theta))^T (z - h(\theta)) + \alpha (L(\theta - \theta^*))^T (L(\theta - \theta^*)) \\ &= \left( (z - h(\theta))^T \quad \sqrt{\alpha} (L(\theta - \theta^*))^T \right) \begin{pmatrix} z - h(\theta) \\ \sqrt{\alpha} L(\theta - \theta^*) \end{pmatrix} \\ &= \left\| \begin{pmatrix} z - h(\theta) \\ \sqrt{\alpha} L(\theta - \theta^*) \end{pmatrix} \right\|^2. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Approksimoidaan  $h$ :ta jälleen lineaarisella funktiolla pisteen  $\theta_0$  ympäristössä yhtälön (3.7) mukaisesti. Yhtälö (3.27) saadaan siten muotoon

$$\begin{aligned} l_\alpha(\theta) &= \left\| \begin{pmatrix} z - h(\theta_0) - J(\theta - \theta_0) \\ \sqrt{\alpha} L(\theta - \theta^*) \end{pmatrix} \right\|^2 \\ &= \left\| \begin{pmatrix} z - h(\theta_0) + J\theta_0 \\ -\sqrt{\alpha} L\theta^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} J \\ -\sqrt{\alpha} L \end{pmatrix} \theta \right\|^2 \\ &= \|z' - H'\theta\|^2, \end{aligned} \quad (3.28)$$

missä on merkitty  $z' = \begin{pmatrix} z - h(\theta_0) + J\theta_0 \\ -\sqrt{\alpha} L\theta^* \end{pmatrix}$  ja  $H' = \begin{pmatrix} J \\ -\sqrt{\alpha} L \end{pmatrix}$ . PNS-ratkaisuksi saadaan

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_\alpha &= (H'^T H')^{-1} H'^T z' \\ &= \theta_0 + (J^T J + \alpha L^T L)^{-1} (J^T (z - h(\theta_0)) - \alpha L^T L (\theta_0 - \theta^*)) \end{aligned} \quad (3.29)$$

ja se voidaan kirjoittaa rekursiomuodossa

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + k (J^T J + \alpha L^T L)^{-1} \left( J^T (z - h(\hat{\theta}_i)) - \alpha L^T L (\hat{\theta}_i - \theta^*) \right), \quad (3.30)$$

missä  $k$  on rekursioiden askelpituus.

Valitsemalla regularisointimatriisiksi  $L$  yksikkömatriisi  $I$  ja oletetuksi arvoksi  $\theta^*$  nollavektori, saadaan rekursio (3.30) muotoon

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + k (J^T J + \alpha I)^{-1} \left( J^T (z - h(\hat{\theta}_i)) - \alpha \hat{\theta}_i \right). \quad (3.31)$$

Tämä on ratkaisu, kun minimoidaan suuretta

$$l_\alpha(\theta) = \|z - h(\theta)\|^2 + \alpha \|\theta\|^2 \quad (3.32)$$

eli, kun halutaan, että ratkaisun normi on mahdollisimman pieni.

## 3.2 FEM-ratkaisu täydelliselle elektrodimalille

Tutkittavan kohteen sähkönjohtavuutta kuvaavia suureita on mahdollista määrittää käyttämällä kappaleessa 2.4 esitettyä täydellistä elektrodimallia. Tällöin saadaan aineen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvojen lisäksi selville mittauselektrodien kontakti-impedanssin arvot. Täydellisen elektrodimallin ratkaisemiseen käytetään elementtimenetelmää. Tässä kappaleessa käsitellään kohteen sähkönjohtavuusominaisuuksien määrittämistä täydellisellä elektrodimallilla. Ensimmäisessä kappaleessa esitetään elementtimenetelmän perusteet lyhyesti. Toisessa kappaleessa käsitellään EIT:n suoran ongelman ratkaisemista. EIT:n suorassa ongelmassa ratkaistaan kohteen potentiaalijakauma ja elektrodien jännitteet, kun kohteen ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys sekä elektrodeille syötetyt virrat tunnetaan. Lopuksi käsitellään kohteen sähkönjohtavuusominaisuuksien määrittämistä eli esitetään EIT:n käänteisen ongelman ratkaisu. EIT:n käänteisongelmassa ratkaistaan kohteen ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys, kun kohteeseen syötetyt virrat ja elektrodeilta mitatut jännitteet tunnetaan.

### 3.2.1 Elementtimenetelmä

Sekä EIT:n suoran että käänteisen ongelman ratkaisuun tarvitaan numeerisia laskentamenetelmiä. Eräs yleisesti käytetty ratkaisumenetelmä on elementtimenetelmä (Finite Element Method, FEM).

Elementtimenetelmää käytetään pääasiassa osittaisdifferentiaali- ja differentiaaliyhtälöiden numeeriseen ratkaisemiseen. Tässä on esitettyä lyhyesti sen pääperiaate [54]. Elementtimenetelmässä tarkasteltava alue jaetaan äärelliseen määrään pienempiä osia eli elementtejä. Yksiulotteisessa



tapauksessa elementit ovat reaaliakselin välejä, kaksiulotteisessa tapauksessa yleensä kolmioita tai nelikulmioita ja kolmiulotteisessa tetraedreja tai heksaedreja. Ongelmaa kuvaava yhtälöryhmä pyritään ratkaisemaan diskreetisti valitussa elementtijaossa. Reunaehdot on otettava huomioon alueen reunoilla sijaitsevilla elementeillä. Elementtien kärkipisteitä kutsutaan solmupisteiksi. Kunkin solmupisteeseen liittyy kantafunktio, joka valitaan siten, että se saa arvon 1 kyseisessä solmupisteessä ja 0 muissa solmupisteissä. Lisäksi kantafunktion valinnan määräävät ratkaistava yhtälö ja reunaehdot. Kantafunktiot valitaan usein paloittain lineaarisiksi.

Elementtimenetelmässä osittaisdifferentiaaliyhtälön ratkaisua  $u(x)$  approksimoidaan muotoa

$$u(x) \approx u_h(x) = \sum_{l=1}^N \alpha_l \phi_l(x) \quad (3.33)$$

olevalla funktiolla, missä  $\alpha_l$  ovat tuntemattomia vakioita ja  $\phi_l(x)$  ovat tunnettuja kantafunktioita. Jotta ongelma voitaisiin ratkaista FEM:n avulla, on ratkaistavalle yhtälölle johdettava niin sanottu variationaalimuoto. Se on alkuperäisen osittaisdifferentiaaliyhtälön ja sen reunaehtojen toinen esitystapa. Variationaalimuoto saadaan muodostamalla alkuperäisestä differentiaaliyhtälöstä residuaali  $r(x)$  ja kertomalla se testifunktiolla  $v(x)$ . Galerkinin äärellisten elementtien approksimaatiossa sijoitetaan approksimaatio  $u_h(x) = \sum_{l=1}^N \alpha_l \phi_l(x)$  variationaaliongelmaan ja valitaan testifunktioiksi kantafunktiot  $\phi_j(x)$ . Alkuperäinen ongelma saadaan muotoon

$$K\alpha = b, \quad (3.34)$$

missä matriisia  $K$  kutsutaan usein jäykkyyismatriisiksi. Yhtälöryhmästä voidaan ratkaista vektori  $\alpha$ , joka sisältää approksimaation arvot solmupisteissä.

### 3.2.2 EIT:n suoran ongelman ratkaisu

Kappaleessa 2.4 johdettiin EIT:n täydellinen elektrodimalli. Nyt esitetään sen FEM-approksimaatio eli ratkaistaan niin sanottu suora ongelma. Ratkaisuperiaate on sama kuin viitteissä [55, 56] esitetty suoran ongelman ratkaisu reaalisilla suureilla, missä on ratkaistu potentiaalijakauma, kun kohteen ominaisjohtokyky on tunnettu. Nyt ratkaistaan kompleksinen potentiaalijakauma, kun ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys tunnetaan.

Approksimoidaan kohteen sisäistä potentiaali jakaumaa funktiolla

$$u^h = \sum_{i=1}^N \alpha_i \phi_i, \quad (3.35)$$

missä  $\phi_i = \phi_i(x)$  on kantafunktiot, jotka tässä tapauksessa ovat paloittain lineaarisia,  $N$  on solmupisteiden lukumäärä ja  $\alpha_i$  ovat ratkaistavat kertoimet. Elektrodeilla olevia potentiaaleja approksimoidaan funktiolla

$$U^h = \sum_{j=1}^{L-1} \beta_j n_j, \quad (3.36)$$

missä  $n_1 = (1, -1, 0, \dots, 0)^T$ ,  $n_2 = (1, 0, -1, 0, \dots, 0)^T \in \mathbb{R}^L$ , jne., jolloin yhtälön (2.106) ehto toteutuu,  $L$  on elektrodien lukumäärä ja  $\beta_j$  ovat ratkaistavat kertoimet.

Artikkelissa [51] on johdettu täydellisen elektrodimallin (2.101)–(2.104) sopivassa avaruudessa toteuttava variationaalimuoto. Se voidaan kirjoittaa muodossa

$$B_s((u, U), (v, V)) = \sum_{\ell=1}^L I_\ell V_\ell, \quad (3.37)$$

missä

$$B_s = \int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \nabla u \cdot \nabla v dx + \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_\ell} \int_{e_\ell} (u - U_\ell) (v - V_\ell) dS. \quad (3.38)$$

Sijoittamalla jännitteitä approksimoivat funktiot (3.35) ja (3.36) variaationaalimuotoon ja valitsemalla testifunktioiksi  $v = \phi_i$  ja  $V = n_j$ , saadaan matriisiyhtälö

$$Ab = I, \quad (3.39)$$

josta  $b$  saadaan ratkaistua. Yhtälössä (3.39)  $b = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N+L-1}$ , missä  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T$  ja  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{L-1})^T$ , sisältää ratkaistavat kertoimet ja  $I = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{I} \end{pmatrix}$ , missä  $0 = (0, \dots, 0)^T \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  ja  $\tilde{I} = (I_1 - I_2, I_1 - I_3, \dots, I_1 - I_L)^T \in \mathbb{R}^{(L-1) \times 1}$ , sisältää elektrodeilta syötetyt virrat. Matriisi  $A$  on seuraavanlainen

$$A = \begin{pmatrix} B & C \\ C^T & D \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

missä

$$B(i, j) = \int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \nabla\phi_i \cdot \nabla\phi_j dx + \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell}} \int_{e_{\ell}} \phi_i \phi_j dS, \quad (3.41)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N$$

$$C(i, j) = - \left( \frac{1}{z_1} \int_{e_1} \phi_i dS - \frac{1}{z_{j+1}} \int_{e_{j+1}} \phi_i dS \right), \quad (3.42)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, L-1$$

$$D(i, j) = \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell}} \int_{e_{\ell}} (n_i)_{\ell} (n_j)_{\ell} dS$$

$$= \begin{cases} \frac{|e_1|}{z_1}, & i \neq j \\ \frac{|e_1|}{z_1} + \frac{|e_{j+1}|}{z_{j+1}}, & i = j \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, \dots, L-1. \quad (3.43)$$

Elektrodeilla olevat potentiaalit saadaan laskettua kaavan (3.36) perusteella seuraavasti

$$U_1^h = \sum_{\ell=1}^{L-1} \beta_{\ell}$$

$$U_2^h = -\beta_1$$

$$U_3^h = -\beta_2$$

$$\vdots$$

$$U_L^h = -\beta_{L-1}. \quad (3.44)$$

Tämä voidaan kirjoittaa matriisimuodossa

$$U^h = \mathcal{C}\beta, \quad (3.45)$$

missä  $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{L \times (L-1)}$  on harva matriisi siten, että

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Jos ollaan kiinnostuneita vain elektrodien jännitteistä

$U = (U_1 - U_2, U_1 - U_3, \dots, U_1 - U_L)^T$ , saadaan ne yhtälöstä

$$U = \mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}} b$$

$$= \mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}} A^{-1} I, \quad (3.47)$$

missä  $\tilde{\mathcal{C}} = (0 \quad \mathcal{C}) \in \mathbb{R}^{L \times (N+L-1)}$ . Yhtälöiden (3.41) ja (3.42) numeerista laskemista on tarkasteltu tarkemmin muun muassa viitteessä [49].

### 3.2.3 Homogeenisen näytteen johtavuuden määrittäminen

EIT:n käänteisongelma on ratkaista kohteen johtavuus ja permittiivisyys, kun elektrodeilta syötetyt virrat ja mitatut jännitteet tunnetaan. Tässä kappaleessa keskitytään homogeenisen näytteen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden ratkaisemiseen. Kyseessä on EIT:n käänteisongelma, jossa oletetaan ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvojen olevan vakioita kaikkialla näytteessä. Ongelma on mahdollista ratkaista iteratiivisesti esimerkiksi käyttäen kappaleessa 3.1 esitettyä Gauss-Newton-menetelmää. Laajemmin EIT:n käänteisen ongelman ratkaisua sekä johtavuuden ratkaisemista epähomogeenisesta näytteestä on käsitelty muun muassa viitteessä [27].

Homogeenista kohdetta tutkittaessa haetaan ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoa  $\theta$ , joka minimoi suureen

$$l(\theta) = \|U_{\text{meas}} - U(\theta)\|, \quad (3.48)$$

missä  $U_{\text{meas}}$  on kohteesta mitattu jännitejakauma ja  $U(\theta)$  suoran ongelman ratkaisuna saatu jännitejakauma parametrien arvolla  $\theta$ . Iteraatioon voidaan lisäksi ottaa mukaan parametriksi kontakti-impedanssi. Sen arvo voidaan olettaa samaksi kaikilla elektrodeilla, eli  $z_\ell = z = \text{Re}z + j\text{Im}z$ , kaikilla  $\ell = 1, 2, \dots, L$ . Tällöin  $\theta$  on muotoa  $\theta = (\sigma, \varepsilon_r, \text{Re}z, \text{Im}z)^T$ , missä  $\sigma$  on ominaisjohtokyky,  $\varepsilon_r$  on suhteellinen permittiivisyys sekä  $\text{Re}z$  on kontakti-impedanssin reaali-osan ja  $\text{Im}z$  imaginaari-osan arvo. Ongelma voidaan ratkaista Gauss-Newton-menetelmällä, jonka iteraatio on muotoa

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + k (J^T J)^{-1} J^T (U_{\text{meas}} - U(\hat{\theta}_i)), \quad (3.49)$$

missä  $J = J(\hat{\theta}_i)$  on  $U$ :n Jacobin matriisi pisteessä  $\hat{\theta}_i$  ja  $k$  on rekursioiden askelpituus.

Jacobin matriisi lasketaan käyttäen elementtimenetelmää. Esimerkiksi parametrin  $\sigma$  suhteen derivaatta lasketaan seuraavasti. Tarkastellaan matriisiyhtälöä (3.39). Derivoidaan se puolittain parametrin  $\sigma$  suhteen

$$\frac{\partial(Ab)}{\partial\sigma} = \frac{\partial I}{\partial\sigma}. \quad (3.50)$$

Tästä saadaan edelleen

$$\frac{\partial A}{\partial\sigma} b + A \frac{\partial b}{\partial\sigma} = 0. \quad (3.51)$$

Kertoimet  $\alpha$  ja  $\beta$  sisältävän vektorin  $b$  derivaataksi  $\sigma$ :n suhteen saadaan

$$\frac{\partial b}{\partial\sigma} = -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial\sigma} b. \quad (3.52)$$

Tästä saadaan  $U$ :n derivaatta käyttäen apuna yhtälöä (3.47)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial \sigma} &= \frac{\partial(\mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}} b)}{\partial \sigma} \\
&= \mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}} (-A^{-1}) \frac{\partial A}{\partial \sigma} b \\
&= - \left( A^{-1} (\mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}})^T \right)^T \frac{\partial A}{\partial \sigma} A^{-1} I.
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Yhtälössä  $A$  on siis suoran ongelman ratkaisusta tuttu matriisi ja  $\frac{\partial A}{\partial \sigma}$  sen derivaatta  $\sigma$ :n suhteen. Vastaavalla tavalla voidaan johtaa  $U$ :n derivaatat muidenkin parametrien suhteen. Yhtälöiksi saadaan

$$\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_r} = - \left( A^{-1} (\mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}})^T \right)^T \frac{\partial A}{\partial \varepsilon_r} A^{-1} I \tag{3.54}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \operatorname{Re} z} = - \left( A^{-1} (\mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}})^T \right)^T \frac{\partial A}{\partial \operatorname{Re} z} A^{-1} I \tag{3.55}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \operatorname{Im} z} = - \left( A^{-1} (\mathcal{C}^T \tilde{\mathcal{C}})^T \right)^T \frac{\partial A}{\partial \operatorname{Im} z} A^{-1} I. \tag{3.56}$$

Koska käsitellään kompleksisia suureita, muodostetaan jännitevektorit ja Jacobin matriisi kappaleessa 3.1 kuvatulla tavalla, eli reaali- ja imaginaariosan arvot ovat allekkain. Jos tutkitaan kohdetta kennossa, jossa on vain kaksi elektrodia, on mittaustuloksia vähemmän kuin estimoitavia parametreja eikä iteraatio onnistu. Ongelma saadaan ratkaistua suorittamalla mittauksia useammalla näytepituudella. Tässä tapauksessa kaksi eri näytepituutta on riittävä määrä.

# Luku 4

## Laitteisto ja mittaukset

Työssä tutkittiin biologisen materian sähköisiä ominaisuuksia. Se tehtiin mittaamalla tutkittavan näytteen impedanssin arvot useilla taajuuksilla. Saatua impedanssispektriä analysoitiin luvussa 2 esitettyjen mallien mukaisesti käyttäen laskennallisina menetelminä luvussa 3 esitettyjä tapoja.

Impedanssin arvojen mittaamiseen käytettiin HIOKI 3531 Z HiTESTER-impedanssianalysaattoria [18]. Se oli liitetty tietokoneeseen RS-232C -kaapelilla, josta mittauksia ohjattiin Basic-kielisillä ohjelmilla. Impedanssianalysaattorilla on myös mahdollista mitata suoraan sen näytöltä ohjaamalla. Impedanssianalysaattorista on tarkemmin kerrottu kappaleessa 4.1. Työssä mitattiin yksinkertaisia sähköisiä piirejä sekä kasviksia ja NaCl-liuosta. Sähköisiä piirejä mitattiin laitteen omalla mittapöydällä sekä koaksiaalikaapeleilla. Mittaukset kasviksilla ja suolavedellä suoritettiin koaksiaalikaapeleihin kytketyssä, kuvan 2.6 mukaisessa mittakennossa. Käytetty mittakenno oli lääkeruisku, jonka päihin oli kiinnitetty kullalla päällystetyt kuparielektrodit. Elektrodien halkaisija oli ruiskun läpimitta eli 19.5mm. Näytteen pituus oli mahdollista säätää itse. Kasviksista näytteet leikattiin metalliputkella, jonka halkaisija oli 19mm. Impedanssianalysaattoria ohjattiin tietokoneelta Basic-kielisillä ohjelmilla, ja mittauksista saatiin impedanssin modulin  $|Z|$  arvot ja vaihekulman  $\theta$  arvot asteissa. Vaihekulman arvot radiaaneissa sekä impedanssin reaali- ja imaginaariosan arvot  $\text{Re}Z$  ja  $\text{Im}Z$  selvitettiin näistä laskemalla. Ennen mittauksia kalibroitiin mitta-johtimet. Kaikkia näytteitä mitattiin 51 taajuudella taajuusalueella 50Hz–5MHz.

Seuraavassa on esitelty lyhyesti impedanssianalysaattorilla tehdyt mittaukset sekä mittaustulosten analysointiin käytetyt menetelmät.

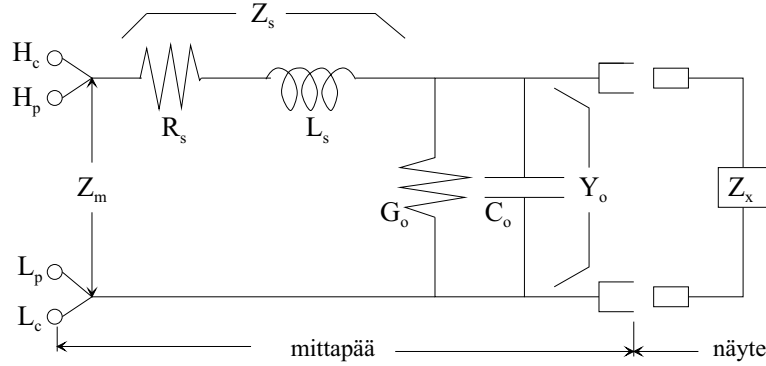
Ensin tutkittiin yksinkertaisia sähköisiä piirejä. Piirit ja niille tehdyt mittaukset on esitetty kappaleessa 4.2. Impedanssianalysaattorilla mitattiin erilaisten ekvivalenttipiirien impedanssin arvot, joihin sovitettiin kappaleessa

2.3.1 esitettyjä ekvivalenttipiirien yhtälöitä. Piirimittausten tarkoituksena oli tutkia impedanssianalysointilaitteiden saatavien mittaustulosten sopivuutta käytettäviin malleihin ja menetelmiin.

Varsinainen tutkimuskohde oli biologinen materia. Tutkittaviksi biologisiksi materiaaleiksi valittiin kasviksia, jotka olivat banaani, kurkku, peruna ja porkkana, sekä isotonista eli 0.9 %:sta NaCl-liuosta. Kasvikset valittiin mittaushetkeksi niiden helpon saatavuuden ja käsiteltävyyden vuoksi. Ne käyttäytyvät sähkökentässä kuten muutkin biologiset kudokset. Erona eläinkudoksiin on muun muassa matalampi ominaistajuus. Tällöin ei tarvitse mitata yhtä korkeilla taaajuuksilla kuin eläinkudoksilla täydellisen ympyräkaarikuvan, jollainen on esitetty kuvassa 2.4, muodostumiseksi. Isotonisen NaCl-liuoksen sähköisten ominaisuuksien pitäisi puolestaan muistuttaa veren, josta verisolut on poistettu, sähköisiä ominaisuuksia.

Kasviksilla ja suolavedellä tehtiin seuraavanlaisia mittauksia ja tulosten tarkasteluja. Ensinnäkin tutkittiin kaikkia kasviksia ja NaCl-liuosta, mistä saadut tulokset on esitetty kappaleessa 4.3. Saatuja impedanssispektrejä analysoidiin luvussa 2 esitetyillä malleilla. Kasvisten impedanssin arvoihin sovitettiin kappaleessa 2.3.1 esitettyjä ekvivalenttipiirien yhtälöitä. Kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ratkaistiin kappaleen 2.3.2 teorian mukaisesti, ja määritettyihin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin kappaleessa 2.2.3 esitettyjä malleja. Kasvisten tutkimisesta saadut tulokset ovat kappaleessa 4.3.1. NaCl-liuoksen mittausten avulla tarkasteltiin elektrodi-impedanssia. Samalla määritettiin NaCl-liuoksen ominaisjohtokyvyn arvot. NaCl-liuokselle tehdyt tarkastelut ja niiden tulokset ovat kappaleessa 4.3.2.

Biologiselle materiaalille tehtiin myös toinen mittaussarja, jolloin tutkittiin banaania, kurkkua ja NaCl-liuosta. Toinen mittaussarja tehtiin, jotta voitaisiin vertailla eri otoksista saatuja tuloksia keskenään. Toinen mittaussarja tarvittiin myös täydellisellä elektrodimallilla tehtäviä tarkasteluja varten, mikä vaati mittauksia useammalla kuin yhdellä näytepituudella. Saaduille impedanssin arvoille tehtiin kaikki samat tarkastelut kuin ensimmäisestä mittaussarjasta saaduille tuloksille. Tulokset on esitetty kappaleessa 4.3.3. Kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ratkaistiin myös kappaleessa 2.4 esitetyllä täydellisellä elektrodimallilla, mikä ratkaistiin kappaleessa 3.2.3 esitetyllä tavalla. Siitä saadut tulokset on esitetty kappaleessa 4.4. Myös täydellisellä elektrodimallilla saatuihin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin kappaleessa 2.2.3 esitettyjä malleja. Näidenkin tulokset ovat kappaleessa 4.4.



Kuva 4.1: Mittapään residuaalia kuvaava ekvivalenttipiiri. Tutkittavan näytteen impedanssi  $Z_x$ , mitattu impedanssi  $Z_m$ , analysaattoriin liitetyt virta- ja jännitejohdot  $H_c$ ,  $L_c$ ,  $H_p$  ja  $L_p$ , oikosulkupiirin residuaalikomponentti  $Z_s$ , joka koostuu residuaalin resistanssista  $R_s$  ja residuaalin induktanssista  $L_s$ , sekä avoimen piirin residuaalikomponentti  $Y_o$ , joka koostuu residuaalin konduktanssista  $G_o$  ja hajakapasitanssista  $C_o$ .

## 4.1 Impedanssianalysaattori

HIOKI 3531 Z HiTESTER -impedanssianalysaattorilla on mahdollista mitata taajuusalueella 42Hz–5MHz ja mahdollisia mittauksista saatavia parametreja on 14. Analysaattorilla voi mitata kolmella eri tavalla määrättävällä mittaussignaalinalla, jotka ovat avoimen piirin jännite  $V$ , vakiojännite  $CV$  ja vakiovirta  $CC$ . Avoimen piirin jännitteessä määrätään avoimen piirin jännitteen arvo, eli jännite kohteen ja ulostuloimpedanssin yli. Vakiojännite valinnalla määrätään jännitteen arvo tutkittavan kohteen yli ja vakiovirta valinnalla määrätään kohteessa kulkevan virran arvo.

Ennen impedanssimittauksia suoritetaan analysaattorilla mittapään kalibrointi. Se on tarpeen, koska mitattu impedanssi sisältää myös mittapäästä aiheutuvan termin eli residuaalin. Tätä residuaalia voidaan kuvata kuvan 4.1 mukaisella ekvivalenttipiirillä [18]. Kuvassa tutkittavan kohteen impedanssin arvoa on merkitty  $Z_x$ :llä ja mitattua impedanssin arvoa  $Z_m$ :llä. Analysaattoriin liitetyt virta- ja jännitejohtoja on merkitty  $H_c$ :llä,  $L_c$ :llä,  $H_p$ :llä ja  $L_p$ :llä. Oikosulkupiirin residuaalikomponentti  $Z_s$  koostuu residuaalin resistanssista  $R_s$  ja residuaalin induktanssista  $L_s$ . Avoimen piirin residuaalikomponentti  $Y_o$  koostuu residuaalin konduktanssista  $G_o$  ja hajakapasitanssin arvosta  $C_o$ . Mitattu impedanssin arvo on [18]

$$Z_m = Z_s + \frac{1}{Y_o + 1/Z_x}. \quad (4.1)$$



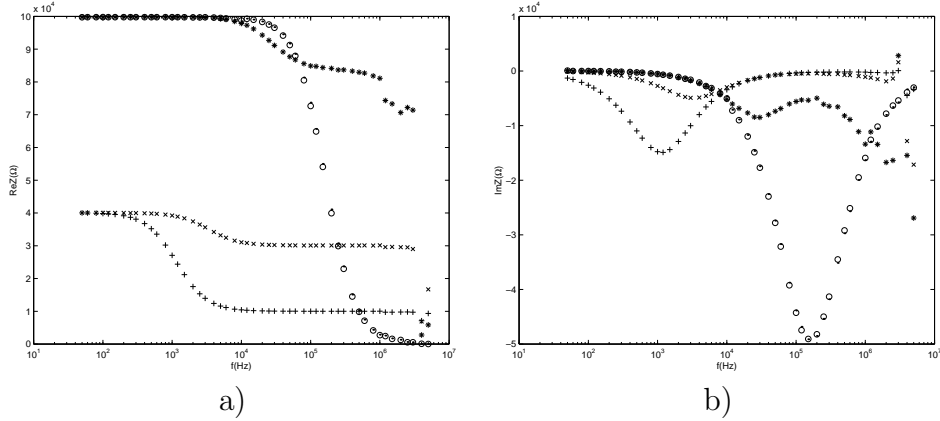
Residuaalikomponentit määritetään suorittamalla avoimen piirin ja oikosulkupiirin korjaukset. Avoimen piirin korjaus suoritetaan jättämällä mittapää erilleen eli jättämällä piiri avoimeksi. Koska oikosulkupiirin residuaalikomponentti on nyt nolla, eli  $Z_s = 0$ , voidaan avoimen piirin residuaalikomponentti  $Y_o$  määrittää. Oikosulkupiirin korjaus suoritetaan liittämällä mittapääät yhteen. Nyt avoimen piirin residuaalikomponentti on nolla, eli  $Y_o = 0$ , ja oikosulkupiirin residuaalikomponentti  $Z_s$  voidaan määrittää. Korjausprosessissa mitataan edellä kuvatut arvot ja sijoitetaan ne yhtälöön (4.1). Kun kalibrointimittaukset on tehty, laite huomioi korjaukset automaattisesti kohdetta mitattaessa.

## 4.2 Ekvivalenttipiirien tutkiminen

Aluksi tutkittiin yksinkertaisia sähköisiä piirejä. Tätä varten muodostettiin kuvan 2.2 mukaisia ekvivalenttipiirejä, joiden impedanssin arvot mitattiin. Mitattuihin impedanssin arvoihin sovitettiin kappaleessa 2.3.1 esitetyt ekvivalenttipiirien malleja. Sähköisiä piirejä tarkasteltiin, jotta voitaisiin arvioida tutkimuksissa käytettävien menetelmien soveltuvuutta kasvisten mittaamiseen. Lisäksi haluttiin selvittää ekvivalenttipiirien käyttäytymistä sähkökentässä sekä niiden sähköisten ominaisuuksien mallittamista.

Yksinkertaisilla sähköisillä piireillä suoritettiin seuraavanlaisia mittauksia. Analysaattorin omalla mittapäällä tutkittiin kuvan 2.2 a) mukainen yksinkertainen piiri, jonka vastus oli  $R=99.7\text{k}\Omega$  ja kondensaattori  $C=10\text{pF}$ . Koaksiaalikaapeleilla, joita myöhemmin oli tarkoitus käyttää yhdessä ruiskun kanssa kasvisten mittaamiseen, mitattiin sama ekvivalenttipiiri. Lisäksi analysaattorin omalla mittapäällä tutkittiin kaksi kappaletta kuvan 2.2 b) mukaisia Lopicquen ekvivalenttipiirejä, jossa toisessa  $R_1=10\text{k}\Omega$ ,  $R_2=30\text{k}\Omega$  ja  $C=4.7\text{nF}$  ja toisessa  $R_1=30\text{k}\Omega$ ,  $R_2=10\text{k}\Omega$  ja  $C=4.6\text{nF}$ , sekä kuvan 2.2 c) mukainen ekvivalenttipiiri, jonka vastukset olivat  $R_1=100\text{k}\Omega$  ja  $R_2=511\text{k}\Omega$  ja kondensaattori  $C=9.2\text{pF}$ .

Kuvassa 4.2 on ekvivalenttipiireistä mitatut impedanssin reaali- ja imaginaariosan arvot taajuuden funktiona. Impedanssianalysaattorin omalla mittapäällä ja koaksiaalikaapeleilla mitatun yksinkertaisen piirin impedanssin arvojen havaittiin olevan lähes samoja, eli kaapelit pystyttiin kalibroimaan ja ne sopivat mittauksiin. Yksinkertaisen piirin impedanssin arvot vastasivat teoreettisesti laskettuja arvoja kaikilla taajuuksilla, joten ne kaikki kelpasivat mukaan laskuihin. Muiden piirien mittauksista saadut impedanssin arvot vastasivat suurimmalla osalla taajuuksista teoreettisia arvoja, mutta korkeimmilla taajuuksilla oli havaittavissa eroavuutta. Se johtuu mittalaitteiston kapasitiivisesta häiriöstä, joka on suurta korkeilla taajuuksilla. Laskuja varten



Kuva 4.2: Kuvan 2.2 a) mukaisesta yksinkertaisesta piiristä analysaattorin omalla mittapöydällä (●) ja samasta piiristä koaksiaalikaapeleilla (○), kuvan 2.2 b) mukaisesta Lopicque-mallin ensimmäisestä piiristä (×) ja toisesta piiristä (+) sekä kuvan 2.2 c) mukaisesta piiristä (\*) mitatut impedanssin arvojen a) reaali- ja b) imaginaariosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja  $\text{Im}Z(\Omega)$  taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

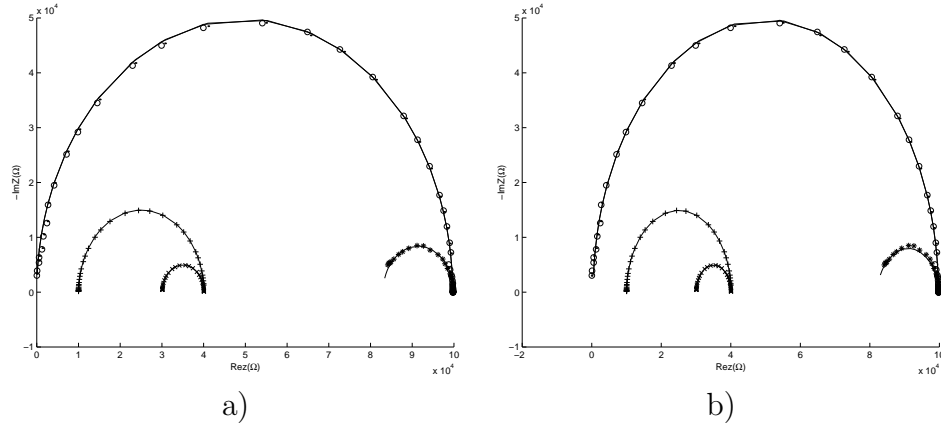
jätettiin kuvan 2.2 b) Lopicque-mallin ensimmäisen piirin mittauksista 14 korkeimman taajuuden mittausarvoa pois, eli huomioitiin impedanssin arvot taajuuteen 200kHz asti. Toisen Lopicque-mallin mittauksista jätettiin 11 korkeimman taajuuden arvoa pois, eli mukaan otettiin impedanssin arvot taajuuteen 400kHz asti. Kuvan 2.2 c) mukaisella piirillä tehdyistä mittauksista jätettiin 14 korkeimman taajuuden mittausarvoa pois, eli mukaan otettiin impedanssin arvot taajuuteen 200kHz asti.

Määritettyihin impedanssin reaali- ja imaginaariosan arvoihin sovitettiin kutakin mallia vastaava yhtälö. Sovitus tehtiin kaikkien muiden piirien paitsi kuvan 2.2 c) mukaisen piirin mittaustuloksiin käyttäen kappaleessa 3.1.1 esitettyä Gauss-Newton-menetelmää. Koska komponenttien arvot olivat hyvin erisuuria, jouduttiin kaikissa sovituksissa käyttämään painomatriisia, joka myös on esitettyinä kappaleessa 3.1.1. Sovitukseen kuvan 2.2 c) mukaisesta piiristä mitattuihin impedanssin arvoihin käytettiin kappaleessa 3.1.2. esitettyä regularisointia (3.31). Myös siinä käytettiin painomatriisia. Sovituksista saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.1. Impedanssin arvojen imaginaariosa reaali-osan funktiona sekä arvoihin sovitettavat yhtälöt ovat kuvassa 4.3 a). Havaittiin, että sovituksista saadut komponenttien arvot olivat samoja tai lähes samoja mittauksissa käytettyjen komponenttien kanssa. Eli mitaukset olivat tarkkoja ja sovitukset onnistuivat hyvin.

Mittaustuloksiin sovitettiin myös Cole-yhtälö (2.62) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää. Sovituksesta saadut parametrien arvot ovat taulukos-

Taulukko 4.1: Kuvan 2.2 mukaisilla ekvivalenttipiireillä mitattujen impedanssin arvoihin sovitetuista yksinkertaisen ekvivalenttipiirin yhtälöstä (2.57) saadut parametrien  $R(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{pF})$  arvot, Lopicque-mallin yhtälöstä (2.58) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot sekä kuvan 2.2 c) mukaisen piirin yhtälöstä (2.59) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{pF})$  arvot.

	(2.57):		(2.58):			(2.59):		
	$R$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$
kuvan 2.2 a) 1. piiri:	99.7	9.5						
kuvan 2.2 a) 2. piiri:	99.7	9.8						
kuvan 2.2 b) 1. piiri:			10.0	30.1	4.7			
kuvan 2.2 b) 2. piiri:			30.0	10.0	4.6			
kuvan 2.2 c) piiri:						99.8	492.9	8.6



Kuva 4.3: Kuvan 2.2 a) mukaisesta yksinkertaisesta piiristä analyysoijan omalla mittapöydällä ( $\bullet$ ) ja samasta piiristä koaksiaalikaapeleilla ( $\circ$ ), kuvan 2.2 b) mukaisesta Lopicque-mallin ensimmäisestä piiristä ( $\times$ ) ja toisesta piiristä ( $+$ ) sekä kuvan 2.2 c) mukaisesta piiristä ( $*$ ) mitatut impedanssin arvojen imaginaariosa  $-\text{Im}Z(\Omega)$  reaali-osaa  $\text{Re}Z(\Omega)$  funktiona. Kuvassa a) arvoihin sovitetut yhtälöt (2.57), (2.58) ja (2.59), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.1 ja kuvassa b) arvoihin sovitetut Cole-yhtälöt (2.62), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.2.

Taulukko 4.2: Kuvan 2.2 mukaisilla ekvivalenttipiireillä mitattuihin impedanssin arvoihin sovitetusta Cole-yhtälöstä (2.62) saadut matalan ja korkean taajuuden resistanssin arvot  $R_0(\text{k}\Omega)$  ja  $R_\infty(\text{k}\Omega)$ , ominaistajuus  $f_R(\text{kHz})$  ja parametri  $\alpha$ .

	$R_0$	$R_\infty$	$f_R$	$\alpha$
kuvan 2.2 a) 1. piiri:	99.7	0.4	166.5	-0.0013
kuvan 2.2 a) 2. piiri:	99.7	0.4	162.8	-0.0008
kuvan 2.2 b) 1. piiri:	40.1	30.1	3.4	0.0081
kuvan 2.2 b) 2. piiri:	40.1	10.0	1.1	0.0050
kuvan 2.2 c) piiri:	100.0	82.0	33.1	0.0751

sa 4.2 ja impedanssin arvot sovituksineen ovat kuvassa 4.3 b). Sovitukset onnistuivat hyvin. Yksinkertaisen piirin 2.2 a) mittauksista saatujen matalan taajuuden resistanssien  $R_0$  arvot olivat lähes samoja käytetyn yksinkertaisen piirin resistanssin  $R$  kanssa, ja kuvan 2.2 c) mukaisen piirin mittauksista määritetyn matalan taajuuden resistanssin  $R_0$  arvo oli lähes sama käytetyn piirin resistanssin  $R_1$  kanssa. Lisäksi Lopicque-mallien mittauksista saadut korkean taajuuden resistanssien  $R_\infty$  arvot olivat lähes samoja piireissä käytettyjen resistanssien  $R_2$  kanssa. Nämä tulokset ovat teoriankin ennustamia. Lisäksi, jos lasketaan kaavalla (2.63) Lopicque-mallin mittauksista saaduista arvoista parametrin  $R_A$ , havaitaan niiden olevan lähes samoja Lopicque-mallien resistanssien  $R_1$  kanssa, ja laskemalla kaavalla (2.66) kuvan 2.2 c) mukaisen mallin mittauksista saaduista arvoista parametrin  $R_B$  arvo, havaitaan sen olevan lähes sama mittauksissa käytetyn resistanssin  $R_2$  kanssa. Myös nämä tulokset ovat yhteneviä teorian kanssa. Lisäksi havaitaan sovituksista saatujen  $\alpha$ -parametrin arvojen olevan lähellä nollaa kaikilla mitaustuloksilla. Näin pitikin olla, sillä tutkittavissa piireissä ei ollut jakautuneita elementtejä. Laskemalla kaavalla (2.65) Lopicque-mallin mittauksista saaduilla parametrien arvoilla sekä nollassa pyöristetyllä parametrin  $\alpha$  arvolla saadaan parametrien  $K_A$  arvoiksi mittauksissa käytettyjen kondensaattorien käänteisluvut. Vastaavalla tavalla saadaan kaavalla (2.68) parametrin  $K_B$  arvoksi kuvan 2.2 c) mukaisen piirin mittauksissa käytetyn kondensaattorin käänteisluku. Eli, kun jakautuneita elementtejä ei ole, kuvien 2.2 b) ja 2.5 a) sekä 2.2 c) ja 2.5 b) ekvivalenttipiirit ovat yhteneviä.

Ekvivalenttipiireillä tehdyt mittaukset onnistuivat siis hyvin, ja sovituksista piirien yhtälöihin saatiin komponenttien arvoiksi samoja vastusten ja kondensaattoreiden arvoja kuin piireissä oli ollut. Myös Cole-yhtälön sovi-

tus antoi teorian ennustamia tuloksia. Impedanssianalysoitsijan havaittiin kuitenkin olevan herkkä virheille korkeimmilla taajuuksilla mitattaessa.

### 4.3 Kasvisten ja suolaveden tutkiminen

Tästä eteenpäin tarkastellaan vain biologiselle materiaalille tehtyjä tutkimuksia. Tutkittaviksi materiaaleiksi valittiin siis kasviksia ja NaCl-liuosta. Tutkittaviksi kasviksiksi valittiin kurkku, peruna, porkkana ja banaani. Niitä on käytetty muissakin impedanssimittauksissa [1, 2, 10, 17, 19, 58, 59, 60, 61]. Lisäksi tutkittiin isotonista eli 0.9 %:sta NaCl-liuosta.

Kasviksilla ja suolavedellä tehtiin kaksi mittaussarjaa, joista ensimmäisessä mitattiin kaikkia kasviksia sekä suolavettä ja toisessa mitattiin banaania, kurkkua sekä suolavettä. Kaksi mittaussarjaa tehtiin, jotta voitaisiin vertailla eri otoksista saatuja tuloksia. Teorian mukaan kasvien sähköiset ominaisuudet eroavat merkittävästi yksilöittäin, joten haluttiin nähdä kuinka paljon erot näkyvät eri otoksien keskiarvoistetuissa tuloksissa. Lisäksi toisen mittaussarjan arvoja tarvittiin täydellisellä elektrodimallilla tehtäviin tarkasteluihin. Täydellisen elektrodimallin ratkaiseminen elementtimenetelmällä vaati näytteiden mittaamista useammalla näytepituudella, mikä käytetyllä mittakennolla onnistui vain banaanilla ja kurkulla sekä suolavedellä.

Ensimmäisen mittaussarjan tulokset esitellään kappaleissa 4.3.1 ja 4.3.2. Kappaleessa 4.3.1 käsitellään kasviksilla tehtyjä mittauksia, joille tehdään ekvivalenttipiiritarkastelu sekä määritetään kasvisten ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys kappaleen 2.3.2 teorian mukaisesti. Lisäksi määritetään kasvisten kompleksinen ominaisjohtokyky sekä kompleksinen suhteellinen permittiivisyys ja sovitetaan niihin erilaisia kappaleessa 2.2.3 esitettyjä malleja.

Kappaleessa 4.3.2 käytetään suolaveden mittaustuloksia elektrodimpedanssin määrittämiseen. Lisäksi määritetään suolaveden ominaisjohtokyky ja tutkitaan elektrodien vaikutusta siihen.

Kappaleessa 4.3.3 esitetään toisen mittaussarjan tulokset ja vertaillaan niitä ensimmäisen sarjan tulosten kanssa. Toisen mittaussarjan mittauksille tehtiin kaikki samat tarkastelut kuin ensimmäisellekin mittaussarjalle, eli niille tehtiin ekvivalenttipiiritarkastelu ja määritettiin ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys sekä sovitettiin näihin erilaisia malleja.

Toisen mittaussarjan arvoista ratkaistiin ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys täydellisellä elektrodimallilla elementtimenetelmää käyttäen. Täydellisestä elektrodimallista saatiin myös käytettyjen elektrodien kontaktimpedanssin arvot. Nämä tulokset on esitetty kappaleessa 4.4.

### 4.3.1 Kasvisten sähköisten ominaisuuksien määrittäminen

Tässä kappaleessa esitellään ensimmäisen mittaussarjan kasvimittausten tulokset. Tutkittavia kasviksia olivat siis banaani, kurkku, peruna ja porkkana. Kaikkia oli viisi kappaletta, joista jokaisesta otettiin yksi näyte. Kasviksista leikattiin näytteet käyttäen apuna metalliputkea, jonka halkaisija oli 19mm. Näytteen pituudeksi valittiin 20mm. Kaikki kasvikset ostettiin mittauksia edeltävänä iltana. Kurkut olivat kotimaisia tuorekurkkuja, joista kuoren poistamisen jälkeen leikattiin mahdollisimman homogeeninen näyte poikkisuunnassa. Perunat olivat isokokoisia, kotimaisia van Gogh perunoita. Porkkanat olivat Espanjalaisia 1. luokan porkkanoita. Ne olivat valmiiksi pestyjä, pieniä porkkanoita, joita myytiin valmiiksi muovipusseihin pakattuina. Ne eivät laadultaan vaikuttaneet 1. luokan porkkanoilta, vaan ne olivat nahistuneita ja kuivia. Porkkanoista leikattiin palat pituussuunnassa, jolloin näytteen keskelle jäi sylinterin muotoinen sitkeämpi alue, jonka halkaisija oli noin 7mm. Porkkanat halkeilivat hieman leikattaessa. Banaanit olivat hyvälaatuisia Chiquita banaaneja, joista myöskin leikattiin näytteet pituussuunnassa. Kaikista kasviksista poistettiin kuori juuri ennen näytteen leikkaamista ja mittaus tapahtui heti näytteen oton jälkeen. Näin näytteet eivät päässeet kuivumaan. Poikkeuksena olivat porkkanat, jotka olivat jo otettaessa valmiiksi pestyjä.

Jokaisesta kasvislajista mitattiin siis viiden eri näytteen impedanssin modulin ja vaihekulman arvot. Näistä laskettiin impedanssin arvojen keskiarvot ja hajonnat. Lisäksi laskettiin impedanssin reaali- ja imaginaariosien arvot sekä niiden virheet virheenkasautumislailalla. Kuvassa 4.4 on kasviksille määritetyt impedanssin reaali- ja imaginaariosien arvot taajuuden funktiona. Impedanssin arvoista erottuu matalimmilla taajuuksilla imaginaariosien arvojen poikkeuksellinen laskeminen. Se on elektrodien aiheuttamaa. Teorian mukaan kasviksista mitatut impedanssin imaginaariosien arvot lähestyvät nolaa sekä matalilla että korkeilla taajuuksilla. Myös reaaliarvoissa elektrodien vaikutus erottuu. Teorian mukaan reaaliarvojen pitäisi olla lähes vakioita sekä matalilla että korkeilla taajuuksilla. Kuvassa näkyy, kuinka reaaliarvo kasvaa taajuuden laskiessa, mikä johtuu elektrodeista. Tarkasteluja varten jätettiin kaikilla kasviksilla 10 matalimman taajuuden arvoa laskuista pois, eli impedanssin arvot huomioitiin taajuudesta 500Hz lähtien.

### Piirianalyysi

Kasvisten sähköisiä ominaisuuksia tarkasteltiin sovittamalla niiden impedanssin arvoihin erilaisia kappaleessa 2.3.1 esitettyjä malleja. Niitä on

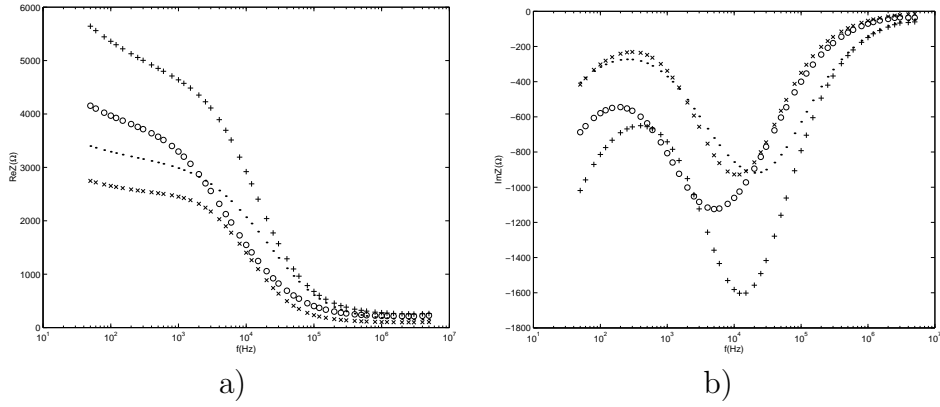
käytetty paljon kasvisten sähköisten ominaisuuksien tutkimisessa.

Kasvisten impedanssin arvoihin sovitettiin kuvan 2.2 mukaisten ekvivalenttipiirien yhtälöt (2.57), (2.58) ja (2.59) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää sekä painomatriisia. Saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.3. Määritetyt impedanssin arvot ovat imaginaariosa reaaliosan funktiona kuvassa 4.5 sovituksineen. Havaittiin, että mikään sovituksista ei ollut erityisen hyvä. Yksinkertaisen ekvivalenttipiirin yhtälön (2.57) sovitusta pakottaa ympyrän kaaren kulkemaan origon kautta, mikä ei mitatuilla impedanssin arvoilla toteudu. Kaikkien ekvivalenttipiirien yhtälöt pakottavat sovitetun funktion ympyrän kaaren keskipisteen reaaliakselille. Mitattujen impedanssin arvojen muodostaman ympyrän kaaren keskipiste on kuitenkin vajonnut reaaliakselin alapuolelle. Tämä käyttäytyminen on teorian mukaista. Kasvien relaksaatioaikojen jakautuminen aiheuttaa ympyrän keskipisteen vajoamisen, ja yksinkertaiset ekvivalenttipiirit, joissa ei ole jakautuneita elementtejä, eivät pysty sitä kuvaamaan.

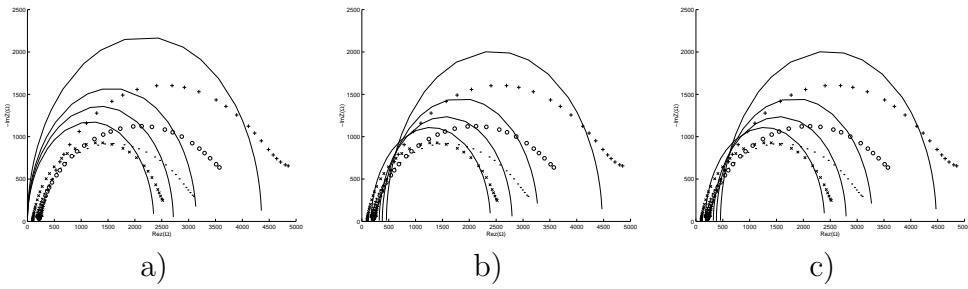
Myös impedanssin kaari kuvan toteuttava Cole-yhtälö (2.62) sovitettiin Gauss-Newton-menetelmällä kasvisten impedanssin arvoihin. Sovituksesta saadut matalan ja korkean taajuuden resistanssin arvot  $R_0$  ja  $R_\infty$ , ominaistajuus  $f_R$  sekä  $\alpha$ -parametri ovat taulukossa 4.4. Kasvisten impedanssin arvot sekä niihin sovitetut yhtälöt (2.62) ovat kuvassa 4.6. Havaittiin, että Cole-yhtälön sovitus oli huomattavasti ekvivalenttipiirien sovituksia parempi. Se sallii sovitetun yhtälön ympyrän kaaren keskipisteen vajoamisen reaaliakselin alapuolelle. Siis kuten teoriakin kertoo relaksaatioaikojen jakautumisen huomioiva Cole-yhtälö kuvaa biologisen materian käyttäytymistä paremmin kuin yksinkertaisten ekvivalenttipiirien yhtälöt.

Cole-yhtälön toteuttavat ekvivalenttipiirit, jotka sisältävät vakiovaiheelementin, ovat kuvassa 2.5. Kun halutaan määrittää ekvivalenttipiirien komponenttien arvot, osa niistä saadaan sovituksesta Cole-yhtälöön, ja loput voidaan laskea kaavoilla (2.63)–(2.65) ja (2.66)–(2.68). Kasviksille määritetyt ekvivalenttipiirin 2.5 a) parametrien arvot  $R_\infty$ ,  $f_R$ ,  $\alpha$ ,  $R_A$  ja  $1/K_A$  ja ekvivalenttipiirin 2.5 b) parametrien arvot  $R_0$ ,  $f_R$ ,  $\alpha$ ,  $R_B$  ja  $1/K_B$  ovat taulukossa 4.4. Verrattaessa määritettyjä ekvivalenttipiirien 2.5 a) ja 2.5 b) komponenttien arvoja ekvivalenttipiirien 2.2 b) ja 2.2 c) komponenttien arvoihin havaitaan niiden eroavan selvästi.

Yksinkertaisten ekvivalenttipiirien sovitukset olivat siis huonoja. Nämä ekvivalenttipiirit eivät kuvaa hyvin kasvisten sähköisiä ominaisuuksia, vaikka niitä käytetäänkin paljon impedanssispektroskopiassa. Relaksaatioaikojen jakautumisen huomioiva Cole-yhtälö kuvaa biologisen materian käyttäytymistä paremmin, ja sen sovitukset onnistuivat hyvin.



Kuva 4.4: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) impedanssin arvojen a) reaaliosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja b) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$  taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

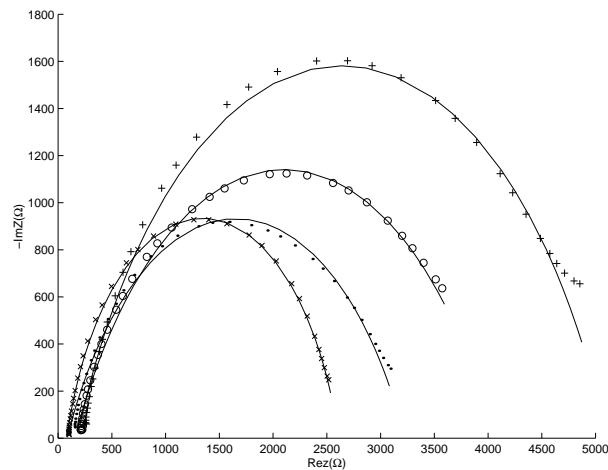


Kuva 4.5: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) impedanssin arvojen imaginaariosa  $-\text{Im}Z(\Omega)$  reaaliosan  $\text{Re}Z(\Omega)$  funktiona sekä arvoihin sovitetut a) yksinkertaisen ekvivalenttipiirin yhtälöt (2.57), b) Lapicque-mallin yhtälöt (2.58) sekä c) kuvan 2.2 c) mukaisen ekvivalenttipiirin yhtälöt (2.59), missä komponenttien arvot ovat kuten taulukossa 4.3.



Taulukko 4.3: Kasvisten impedanssin arvoihin sovitetuista yksinkertaisen ekvivalenttipiirin yhtälöstä (2.57) saadut parametrien  $R(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot, Lopicque-mallin yhtälöstä (2.58) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot sekä kuvan 2.2 c) mukaisen piirin yhtälöstä (2.59) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot.

	(2.57):		(2.58):			(2.59):		
	$R$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$
banaani:	2.7	2.2	2.5	0.3	3.2	2.8	0.4	2.5
kurkku:	3.1	5.7	2.9	0.4	8.0	3.3	0.4	6.3
peruna:	2.4	5.2	2.2	0.2	6.2	2.4	0.2	5.4
porkkana:	4.4	2.2	4.0	0.5	2.9	4.5	0.5	2.3



Kuva 4.6: Banaanin ( $\bullet$ ), kurkun ( $\circ$ ), perunan ( $\times$ ) ja porkkanan ( $+$ ) impedanssin arvojen imaginaariosa  $-\text{Im}Z(\Omega)$  reaaliosan  $\text{Re}Z(\Omega)$  funktiona sekä arvoihin sovitetut Cole-yhtälöt (2.62), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.4.

Taulukko 4.4: Kasvisten impedanssin arvoihin sovitetusta Cole-yhtälöstä (2.62) saadut matalan ja korkean taajuuden resistanssin arvot  $R_0$ (k $\Omega$ ) ja  $R_\infty$ (k $\Omega$ ), ominaistajuus  $f_R$ (kHz) ja parametri  $\alpha$  sekä Cole-yhtälön parametreista kaavoilla (2.63) ja (2.65) lasketut kuvan 2.5 a) ekvivalenttipiirin komponentit  $R_A$ (k $\Omega$ ) ja  $1/K_A$ (nF) sekä kaavoilla (2.66) ja (2.68) lasketut kuvan 2.5 b) ekvivalenttipiirin komponentit  $R_B$ (k $\Omega$ ) ja  $1/K_B$ (nF).

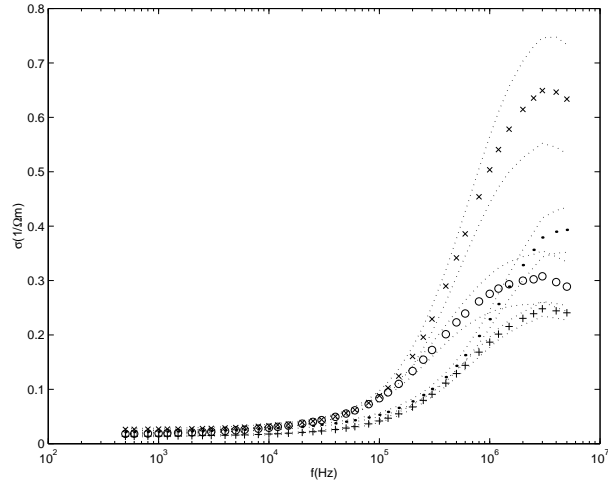
	$R_0$	$R_\infty$	$f_R$	$\alpha$	$R_A$	$1/K_A$	$R_B$	$1/K_B$
banaani:	3.2	0.08	17.7	0.32	3.1	0.01	0.09	0.01
kurkku:	4.0	0.16	5.1	0.32	3.9	0.02	0.16	0.02
peruna:	2.6	0.08	10.7	0.19	2.5	0.49	0.08	0.46
porkkana:	5.1	0.18	12.0	0.27	4.9	0.58	0.18	0.54

### Johtavuuden ja permittiivisyyden määrittäminen

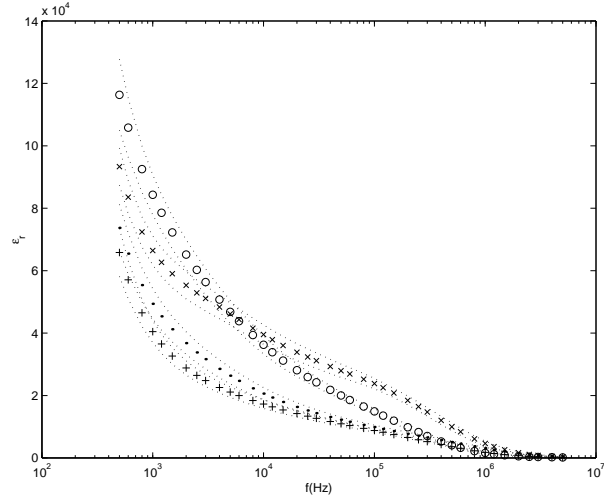
Kappaleessa 2.3.2 on esitetty, kuinka on mahdollista määrittää ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot mitatuista impedanssin arvoista, kun tutkittava näyte on mittakennossa, jonka päissä on elektrodit. Tämän perusteella määritettiin tutkittavien kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot.

Kasvisten impedanssin arvoista laskettiin ominaisjohtokyvyn  $\sigma$  ja suhteellisen permittiivisyyden  $\epsilon_r$  arvot kaavoilla (2.75) ja (2.76), missä näytteen pituus  $l=20$ mm ja elektrodin pinta-ala  $A = \pi(d/2)^2$ , missä elektrodin halkaisija  $d=19.5$ mm. Virheet laskettiin virheenkasautumislailalla, missä taajuus oletettiin tarkaksi, elektrodin halkaisijan virheeksi määrättiin  $\Delta d=0.5$ mm, näytteen pituuden virheeksi määrättiin  $\Delta l=1$ mm ja impedanssin modulin ja vaihekulman virheiksi määrättiin niille lasketut hajonnan arvot. Kuvassa 4.7 on määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona virherajoihin ja kuvassa 4.8 on määritetyt suhteellisen permittiivisyyden arvot taajuuden funktiona virherajoihin.

Havaittiin, että ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot käyttäytyivät taajuuden muuttuessa teorian ennustamalla tavalla. Mitauksissa käytetyt taajuudet kuuluvat  $\alpha$ - ja  $\beta$ -dispersioiden taajuusalueisiin. Ominaisjohtokyvyn arvot kasvoivat taajuuden kasvaessa, ja suhteellisen permittiivisyyden arvot pienenevät taajuuden kasvaessa. Tämä on tyypillistä lähes kaikille biologisille kudoksille. Havaittiin, että kasvisten ominaisjohtokyvyn arvot kasvavat voimakkaimmin käytetyn taajuusalueen loppupuolella. Pieni arvojen laskeminen aivan taajuusalueen lopussa johtuu mitauksien häiriöistä korkeilla taajuuksilla. Jos olisi voitu mitata vielä ko-



Kuva 4.7: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavalla (2.75) määritetyt ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega m)$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona virherajoineen.



Kuva 4.8: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavalla (2.76) määritetyt suhteellisen permittiivisyyden  $\epsilon_r$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona virherajoineen.

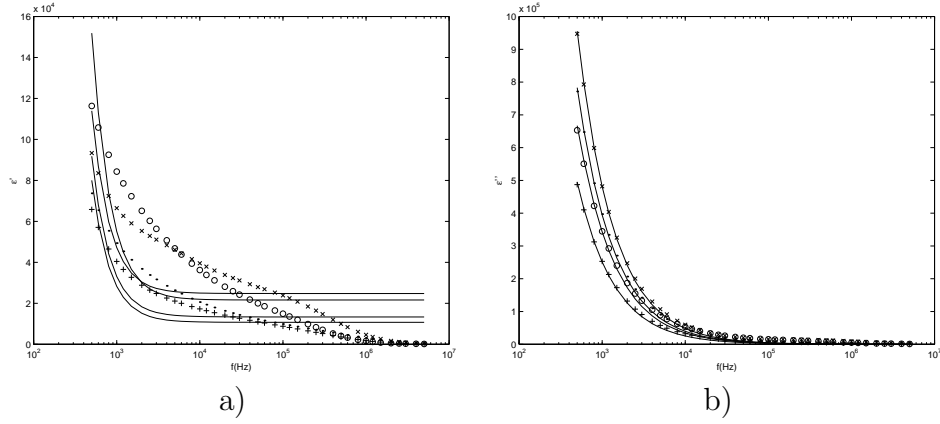
rkeammilla taajuuksilla, erottuisi niistä johtavuuden kasvun jatkuminen, vaikkakaan ei välttämättä yhtä voimakkaana. Suhteellisen permittiivisyyden arvot puolestaan pienenevät voimakkaimmin taajuusalueen alkupuolella. Suhteellisen permittiivisyyden arvoissa on havaittavissa kaksi jyrkemmän laskun aluetta, mikä erottuu selvimmin perunalla ja huonoimmin banaanilla. Porkkanan huono johtavuus johtuu luultavasti suurelta osin siitä, että porkkanat olivat kuivuneita.

Artikkelissa [2] on saatu hyvin saman tyyppisiä ominaisjohtokyvyn arvoja banaanille ja perunalle, mutta porkkanan johtavuus on artikkelin mukaan suurempi. Tämä vahvistaa epäilyjä siitä, että porkkanan johtavuus olisi suurempi, jos mittauksissa olisi ollut tuoreita porkkanoita.

### Kompleksisen johtavuuden ja permittiivisyyden mallitus

Kompleksinen suhteellinen permittiivisyys on määritelty kaavassa (2.23) ja kompleksinen ominaisjohtokyky on määritelty kaavassa (2.20), missä suhteellinen permittiivisyys on kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden reaalisiosa ja ominaisjohtokyky on kompleksisen ominaisjohtokyvyn reaalisiosa. Ominaisjohtokyvyn  $\sigma' := \sigma$  ja suhteellisen permittiivisyyden  $\varepsilon' := \varepsilon_r$  arvojen lisäksi laskettiin kasviksille myös kompleksisen ominaisjohtokyvyn ja kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden imaginaariosien arvot  $\sigma''$  ja  $\varepsilon''$  käyttäen kaavoja (2.23) ja (2.20). Kasviksille määritettyihin kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn sovitettiin kappaleessa 2.2.3 esitetyjä malleja.

Kasvisten kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin Debyen yhtälö (2.37) sekä Debyen yhtälöstä laajennettu staattisen ominaisjohtokyvyn sisältävä yhtälö (2.49), mistä saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.5. Molempien yhtälöiden sovitukseen käytettiin Gauss-Newton-menettelmää ja painomatriisia. Kuvassa 4.9 on kasvisten kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden reaali- ja imaginaariosat taajuuden funktiona sekä arvoihin sovitetut Debyen yhtälöt (2.37) ja kuvassa 4.10 on kasvisten kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvot sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.49). Havaitaan, että sovitukset eivät ole hyviä. Teorian mukaan kasvisten sähköisiä ominaisuuksia kuvaisivat paremmin Cole-Cole-yhtälö (2.43) ja siitä laajennettu staattisen ominaisjohtokyvyn sisältävä yhtälö (2.51). Kuitenkin tässä tapauksessa niiden sovitukset onnistuivat vain käyttämällä regularisointikaavaa (3.30), eivätkä saadut tulokset olleet hyviä, joten niitä ei tässä esitetä.



Kuva 4.9: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.23) määritetyt kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden a) reaali-osan  $\varepsilon'$  ja b) imaginaariosan  $\varepsilon''$  arvot taajuuden  $f$ (Hz) funktiona sekä arvoihin sovitetut Debyen yhtälöt (2.37), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.5.

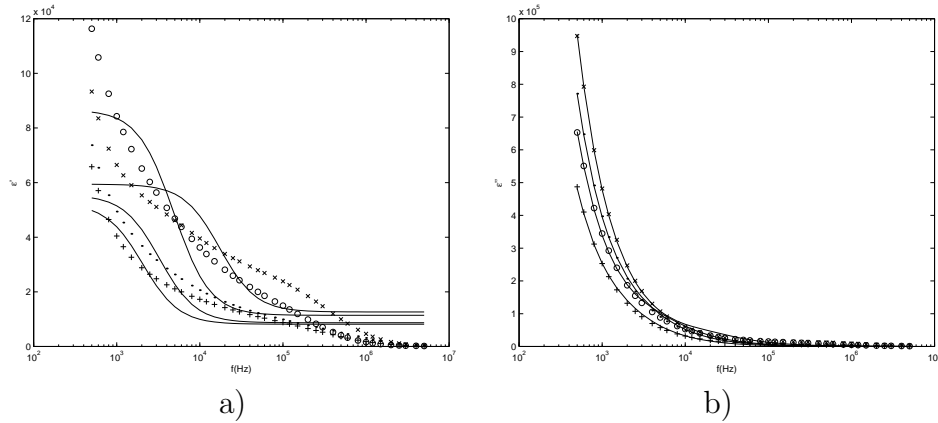
Taulukko 4.5: Kasvien kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitetuista Debyen yhtälöstä (2.37) saadut parametrien  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_\infty$  ja  $\tau$ (s) sekä yhtälöstä (2.49) saadut parametrien  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_\infty$ ,  $\tau$ (s) ja  $\sigma_s$ (1/Ωm) arvot.

	(2.37):			(2.49):			
	$\varepsilon_s \cdot 10^6$	$\varepsilon_\infty \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_s \cdot 10^3$	$\varepsilon_\infty \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\sigma_s$
banaani:	7.9	13.3	3.2	55.5	8.7	48.5	0.021
kurkku:	3.6	21.6	1.6	86.6	11.4	32.8	0.018
peruna:	10.4	24.8	3.4	59.4	12.6	9.1	0.026
porkkana:	3.6	10.7	2.3	52.2	8.1	77.4	0.013

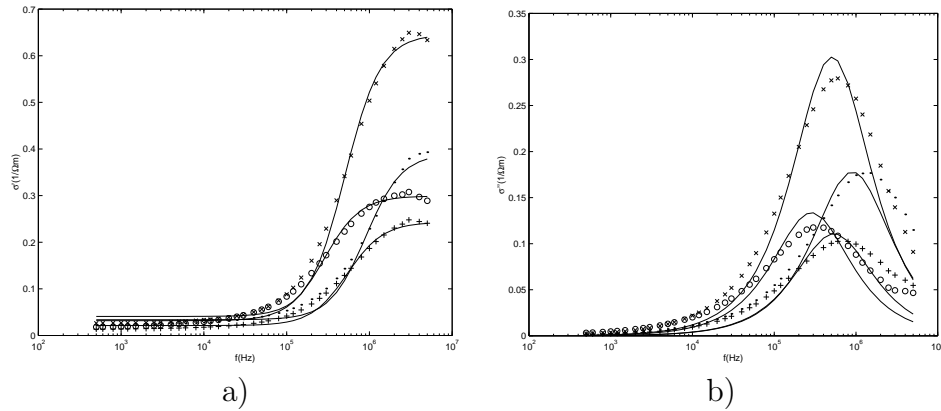
Kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitettiin Gauss-Newton-menetelmällä Debyen yhtälön kaltainen yhtälö (2.46). Saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.6 ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona sovituksineen ovat kuvassa 4.11. Arvoihin sovitettiin myös yhtälöstä (2.46) laajennettu korkean taajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.52) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää ja painomatriisia. Tästä saadut parametrien arvot ovat myös taulukossa 4.6 ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona sovituksineen ovat kuvassa 4.12.

Sovitukset ovat parempia kuin kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin tehdyt sovitukset. Teorian mukaan vielä parempia tuloksia saataisiin sovittamalla arvoihin relaksaatioaikojen jakautumisen huomioiva yhtälö. Tällaisia yhtälöitä ovat Cole-Cole-yhtälön kaltainen yhtälö (2.48) ja siitä laajennettu, korkean taajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.53). Nämä yhtälöt sovitettiin kasvisten kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin käyttäen Gauss-Newton-menetelmää. Yhtälön (2.53) sovituksessa käytettiin lisäksi painomatriisia matriisin kääntämisen apuna. Taulukossa 4.7 on Cole-Cole-yhtälön kaltaisen yhtälön (2.48) sovituksesta saadut parametrien arvot, ja kuvassa 4.13 on kasvisten kompleksisen ominaisjohtokyvyn reaali- ja imaginaariosien arvot taajuuden funktiona sovituksineen. Taulukossa 4.8 on yhtälön (2.53) sovituksesta saadut parametrien arvot, ja kuvassa 4.14 on kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona sovituksineen. Sovitukset ovat hyviä, ja niistä saadut ominaisjohtokyvyn ääriarvot  $\sigma_s$  ja  $\sigma_\infty$  sekä suhteellisen permittiivisyyden ääriarvo  $\varepsilon_\infty$  ovat oikean suuruisia. Relaksaation aikavakio  $\tau$  saa arvonsa, kun kompleksisen ominaisjohtokyvyn imaginaariosa saa suurimman arvonsa ja reaaliosan nouseva käyrä on puolessa välissä, eli senkin arvo on oikeaa suuruusluokkaa.

Havaitaan, että kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin tehdyistä sovituksista saadut relaksaation aikavakion  $\tau$  arvot ovat eri suuruusluokkaa. Relaksaation aikavakio saa arvonsa kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden reaali-osien arvojen laskun puolivälissä. Kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoja tarkasteltaessa kyseinen piste on reaali-osien arvojen nousun puolivälissä. Nyt kasvisten suhteellisen permittiivisyyden arvoissa on kaksi jyrkemmän laskun aluetta, joista korkeammilla taajuuksilla olevan puoliväli on suunnilleen samoilla taajuuksilla kuin ominaisjohtokyvyn arvojen nousun puoliväli. Eli valitsemalla taajuusalue korkeammaksi olisivat relaksaation aikavakiot olleet lähempänä toisiaan. Merkille pantavaa on myös se, että sovituksista saadut aikavakiot eivät ole samoja impedanssin arvoihin sovitetusta Cole-yhtälöstä saatavan aikavakion kanssa. Permittiivisyyden arvoihin tehdyt sovitukset eivät onnistuneet hyvin. Eräs syy tähän on se, että matalimmilla taajuuksilla permit-



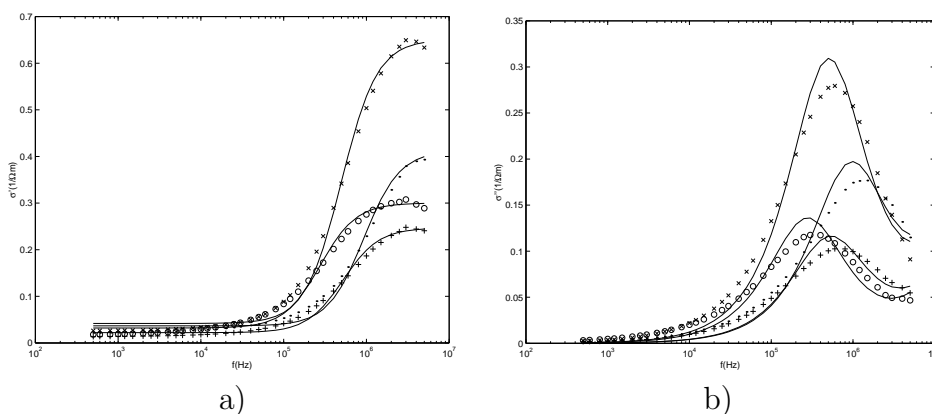
Kuva 4.10: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.23) määritetyt kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden a) reaali-osan  $\varepsilon'$  ja b) imaginaariosan  $\varepsilon''$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.49), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.5.



Kuva 4.11: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.20) määritetyt kompleksisen ominaisjohtokyvyn a) reaali-osan  $\sigma'(1/\Omega\text{m})$  ja b) imaginaariosan  $\sigma''(1/\Omega\text{m})$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.46), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.6.

Taulukko 4.6: Kasvien kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetusta yhtälöstä (2.46) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$  ja  $\tau(\text{s})$  sekä yhtälöstä (2.52) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$  ja  $\varepsilon_\infty$  arvot.

	(2.46):			(2.52):			
	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\varepsilon_\infty$
banaani:	0.034	0.390	0.18	0.037	0.412	0.17	181.9
kurkku:	0.032	0.299	0.56	0.032	0.300	0.58	145.9
peruna:	0.041	0.646	0.31	0.042	0.650	0.32	180.9
porkkana:	0.021	0.243	0.30	0.022	0.247	0.31	140.1

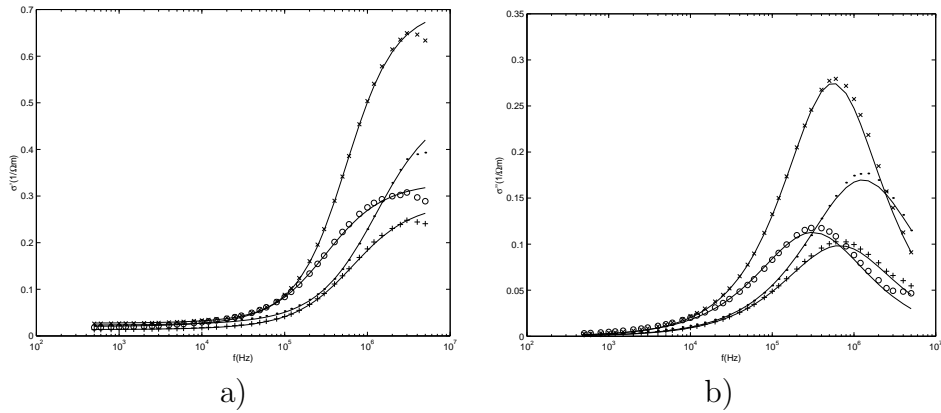


Kuva 4.12: Banaanin (●), kurkun (○), perunan (×) ja porkkanan (+) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.20) määritetyt kompleksisen ominaisjohtokyvyn a) reaaliosan  $\sigma'(1/\Omega\text{m})$  ja b) imaginaariosan  $\sigma''(1/\Omega\text{m})$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.52), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.6.

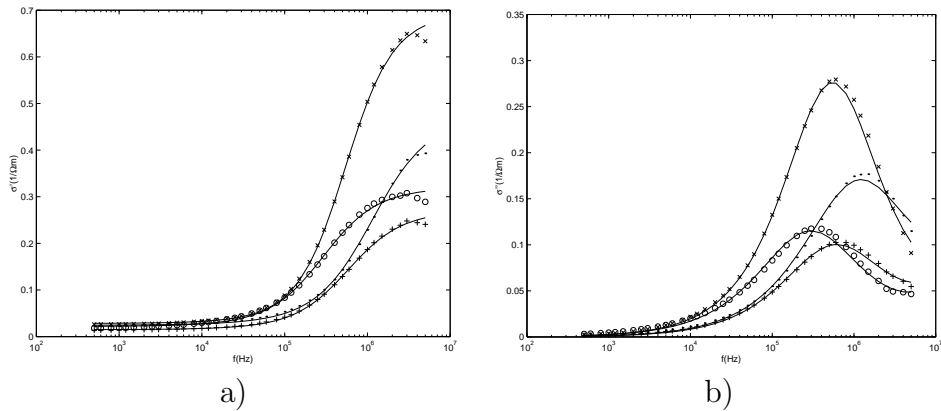
Taulukko 4.7: Kasvien kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetusta yhtälöstä (2.48) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$  ja  $\alpha$  arvot.

	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\alpha$
banaani:	0.023	0.503	0.12	0.22
kurkku:	0.020	0.331	0.51	0.20
peruna:	0.027	0.706	0.29	0.13
porkkana:	0.014	0.288	0.24	0.21





Kuva 4.13: Banaanin ( $\bullet$ ), kurkun ( $\circ$ ), perunan ( $\times$ ) ja porkkanan ( $+$ ) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.20) määritetyt kompleksisen ominaisjohtokyvyn a) reaali-osan  $\sigma'(1/\Omega m)$  ja b) imaginaari-osan  $\sigma''(1/\Omega m)$  arvot taajuuden  $f$  (Hz) funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.48), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.7.



Kuva 4.14: Banaanin ( $\bullet$ ), kurkun ( $\circ$ ), perunan ( $\times$ ) ja porkkanan ( $+$ ) kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.20) määritetyt kompleksisen ominaisjohtokyvyn a) reaali-osan  $\sigma'(1/\Omega m)$  ja b) imaginaari-osan  $\sigma''(1/\Omega m)$  arvot taajuuden  $f$  (Hz) funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.53), missä parametrien arvot ovat kuten taulukossa 4.8.

Taulukko 4.8: Kasvisten kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetusta yhtälöstä (2.53) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$ ,  $\alpha$  ja  $\varepsilon_\infty$  arvot.

	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\alpha$	$\varepsilon_\infty$
banaani:	0.024	0.477	0.14	0.20	75.7
kurkku:	0.022	0.321	0.55	0.17	81.6
peruna:	0.028	0.697	0.29	0.13	55.8
porkkana:	0.015	0.272	0.27	0.17	78.8

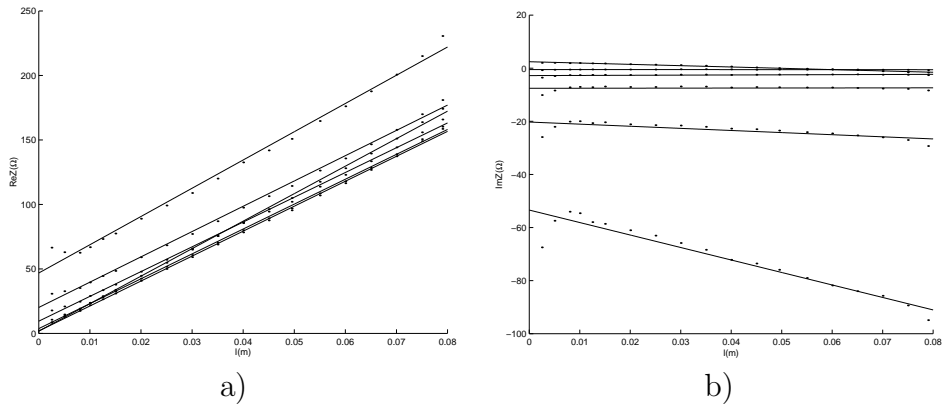
tiivisyyden arvot eivät ole vakioita kuten sovitettavat mallit edellyttäisivät. Voidaankin sanoa, että käytetyllä taajuusalueella kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden mallit olivat huonoja ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn mallit olivat hyviä.

### 4.3.2 Elektrodi-impedanssin tutkiminen

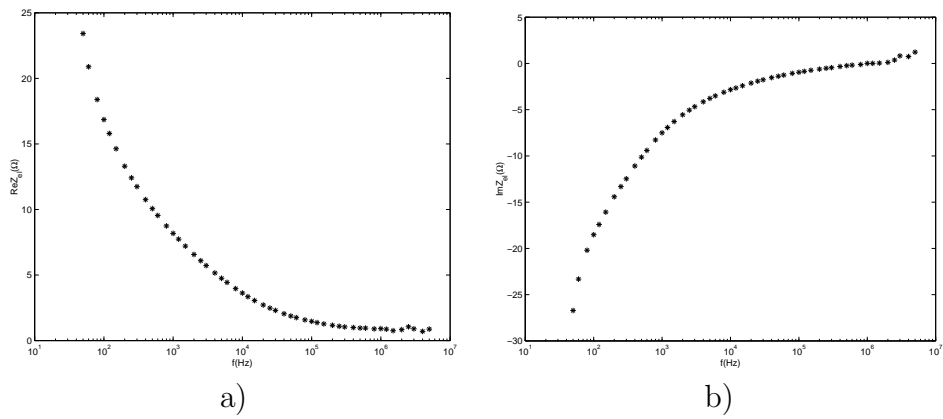
Ensimmäisessä mittaussarjassa tutkittiin myös isotonista NaCl-liuosta. Sen avulla tutkittiin elektrodien vaikutusta mittauksiin ja määritettiin elektrodi-impedanssin arvot kappaleessa 2.3.3 esitetyn teorian perusteella. Lisäksi määritettiin NaCl-liuoksen ominaisjohtokyvyn arvot. Seuraavassa on esitetynä nämä tarkastelut tuloksineen.

Elektrodi-impedanssin tutkimiseksi tehtiin mittauksia 0.9 %:lla NaCl-liuoksella. Impedanssin arvot mitattiin 19 eri näytepituudella, jotka sijoittuivat välille 2.5mm–79mm. Elektrodi-impedanssin sekä ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot määritettiin käyttäen kappaleessa 2.3.3 esitettyä mallia. Mitattuihin impedanssin arvoihin näytteen piteuden funktiona sovitettiin kaikilla mittaustaajuuksilla yhtälö (2.81) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää. Siitä saatiin elektrodi-impedanssin reaali- ja imaginaariosien arvot sekä ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot. Kuvassa 4.15 on suolaveden impedanssin reaali- ja imaginaariosan arvot näytepituuden funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz.

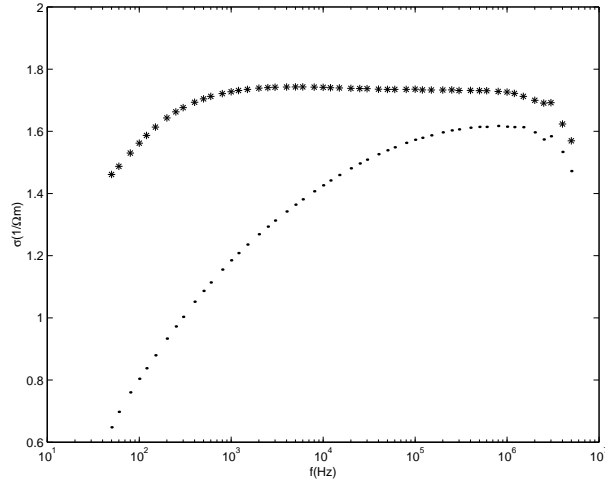
Kuvassa 4.16 on määritetyt elektrodi-impedanssin a) reaali- ja b) imaginaariosan arvot 0.9 %:ssa suolavedessä taajuuden funktiona. Havaittiin, että määritetyt elektrodi-impedanssin arvot olivat suuria matalimmilla taajuuksilla, ja ne pienenevät taajuuden kasvaessa. Näin oli oletettavissakin, sillä elektrodien tiedettiin saavan suurimmat impedanssin arvonsa matalilla taajuuksilla, ja häiritsevän silloin eniten mittauksia. Suurimmil-



Kuva 4.15: Suolaveden impedanssin arvojen a) reaaliosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja b) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$  näytteen pituuden  $l(\text{m})$  funktiona sekä arvoihin sovitettut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz.



Kuva 4.16: Kaavalla (2.81) määritetyt elektrodi-impedanssin a) reaaliosan  $\text{Re}Z_{\text{el}}(\Omega)$  ja b) imaginaariosan  $\text{Im}Z_{\text{el}}(\Omega)$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona suolavedessä.



Kuva 4.17: Suolaveden kaavalla (2.75) (●) ja kaavalla (2.81) (\*) määritetyt ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega\text{m})$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

la taajuuksilla elektrodi-impedanssin arvot olivat lähellä nollaa. Elektrodi-impedanssin imaginaariosan saamia muutamia positiivisia arvoja korkeimilla taajuuksilla ei voi pitää oikeina tuloksina, vaan ne johtuvat mittauksien epätarkkuudesta korkeilla taajuuksilla.

Yhtälön (2.81) sovituksesta saatiin myös suolaveden ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot. Näissä arvoissa on elektrodien vaikutus huomioitu. Suolaveden ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot laskettiin myös käyttäen kaavoja (2.75) ja (2.76) kaikilla näytepituuksilla. Lisäksi laskettiin niiden keskiarvot. Koska kyse oli suolavedestä, oltiin kiinnostuneita vain sen johtavuuden arvoista. Havaittiin, että kaavalla (2.75) lasketut ominaisjohtokyvyn arvot muuttuivat hyvin paljon taajuuden kasvaessa, mikä johtui elektrodeista. Teorian mukaan käytetyllä taajuusalueella 0.9 %:n suolaveden ominaisjohtokyvyn arvojen ei pitäisi muuttua paljoakaan. Kuvassa 4.17 on määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona (●). Yhtälön (2.81) sovituksesta saadut ominaisjohtokyvyn arvot ovat lähellä vastaavia kirjallisuudessa annettuja arvoja [8]. Myös ne ovat kuvassa 4.17 taajuuden funktiona (\*). Määritettyjä ominaisjohtokyvyn arvoja vertailemalla on havaittavissa kuinka paljon elektrodit vaikuttavat mittauksiin suolavedellä mitattaessa. Kasviksilla, joiden impedanssi on suurempi, elektrodi-impedanssi on hallitseva vain matalilla taajuuksilla. Sen vuoksi nämä taajuudet jätettiin kasvisten tarkasteluista pois.

### 4.3.3 Mittaussarjoiden tulosten vertailu

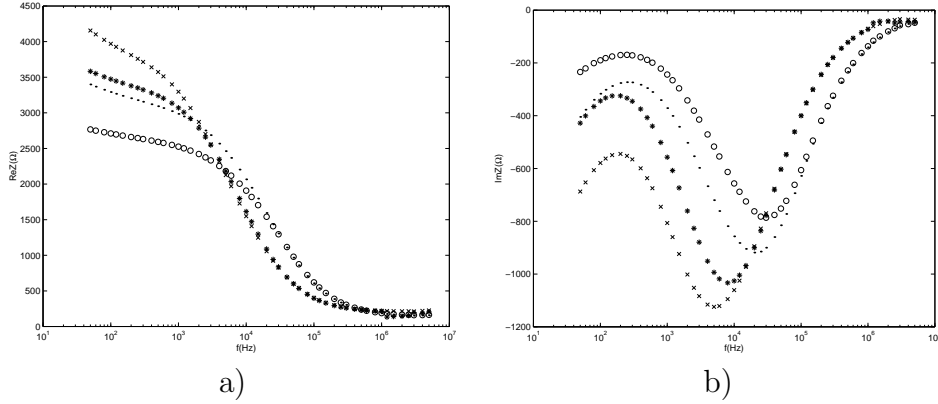
Toisessa mittaussarjassa tutkittiin banaania, kurkkua ja NaCl-liuosta. Tässä kappaleessa esitetään toisen mittaussarjan tulokset ja vertaillaan niitä ensimmäisen sarjan tulosten kanssa.

Kasviksille tehtiin samat tarkastelut kuin ensimmäisessäkin mittaussarjassa. Kasvisten impedanssin arvoihin sovitettiin kappaleessa 2.3.1 esitettyjen ekvivalenttipiirien yhtälöitä, kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot määritettiin kappaleen 2.3.2 teorian mukaisesti ja niihin sovitettiin kappaleessa 2.2.3 esitettyjä malleja. Myös NaCl-liuoksen ominaisjohtokyvyn arvot määritettiin. Lisäksi määritettiin elektrodi-impedanssin arvot suolavedessä. Toisessa mittaussarjassa mitattiin kasviksia kolmella eri näytepituudella, joten elektrodi-impedanssia voitiin tarkastella myös kasviksilla.

Toisen mittaussarjan tuloksia käytettiin myös ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden määrittämiseksi täydellisellä elektrodimallilla elementtimenetelmää käyttäen. Niiden tulokset on esitetty kappaleessa 4.4.

Kurkun, banaanin ja 0.9 %:n NaCl-liuoksen impedanssin arvot mitattiin. Kurkut olivat Espanjalaisia tuorekurkkuja, joista näytteet leikattiin poikkisuunnassa. Banaanit olivat Chiquita-banaaneja, ja näytteet leikattiin niistä pituussuunnassa. Kurkkuja ja banaaneja oli molempia viisi kappaletta ja jokaisesta otettiin yksi näyte. Myös suolavedestä otettiin viisi näytettä. Kaikkia näytteitä mitattiin kolmella näytepituudella, jotka olivat 10mm, 20mm ja 30mm.

Kurkulle ja banaanille laskettiin kaikilla näytepituuksilla impedanssin arvojen keskiarvot. Kuvassa 4.18 a) on 20mm:n näytteistä määritetyt impedanssin reaali- ja kuvassa b) on imaginaariosan arvot taajuuden funktiona banaanille ja kurkulle sekä aikaisemmista mittauksista määritetyt vastaavat arvot. Eri otoksista määritetyt impedanssin reaali- ja imaginaariosan arvot eroavat toisistaan matalilla taajuuksilla, mutta ovat lähes samoja korkeilla taajuuksilla. Biologisen kudoksen impedanssin arvot vaihtelevat yksilöittäin, eli ei voida määrittää tyypillistä kurkun tai banaanin impedanssin arvoa. Tämä vaihtelu erottuu vielä keskiarvoistetuistakin impedanssin arvoista. Mittauksissa kasviksilla oli havaittavissa jälleen elektrodeista aiheutuneet muutokset impedanssin arvoissa matalilla taajuuksilla. Tämän vuoksi laskuista jätettiin 10 matalimman taajuuden arvo pois, eli mukaan otettiin impedanssin arvot taajuudesta 500Hz lähtien.



Kuva 4.18: Toisesta otoksesta banaanille (○) ja kurkulle (\*) sekä ensimmäisestä otoksesta banaanille (●) ja kurkulle (×) määritetyt impedanssin arvojen a) reaalisosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja b) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$  taajuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

Taulukko 4.9: Kasvisten impedanssin arvoihin sovitetuista yksinkertaisen ekvivalenttipiirin yhtälöstä (2.57) saadut parametrien  $R(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot, Lopicque-mallin yhtälöstä (2.58) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot sekä kuvan 2.2 c) mukaisen piirin yhtälöstä (2.59) saadut parametrien  $R_1(\text{k}\Omega)$ ,  $R_2(\text{k}\Omega)$  ja  $C(\text{nF})$  arvot.

	(2.57):		(2.58):			(2.59):		
	$R$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$	$R_1$	$R_2$	$C$
banaani:	2.3	1.9	2.1	0.3	2.8	2.4	0.3	2.1
kurkku:	2.9	4.7	2.7	0.3	6.5	3.0	0.4	5.1

## Piirianalyysi

Ekvivalenttipiireillä tehtäviä tarkasteluja varten valittiin 20mm:n pituisten näytteiden mittauksista saadut impedanssin arvot, sillä ne olivat saman mittaisia edellisen otoksen näytteiden kanssa. Näin tulokset ovat vertailukelpoisia. Banaanin ja kurkun impedanssin arvoihin sovitettiin ekvivalenttipiirien (2.57), (2.58) ja (2.59) yhtälöt. Saadut parametrit ovat taulukossa 4.9. Havaittiin, että saadut komponenttien arvot olivat samaa suuruusluokkaa aikaisemmasta otoksesta määritettyjen parametrien kanssa. Ne eivät kuitenkaan olleet täysin samansuuruisia. Tämä oli odotettavissakin, sillä impedanssin arvot olivat erilaisia.

Taulukko 4.10: Kasvisten impedanssin arvoihin sovitetusta Cole-yhtälöstä (2.62) saadut matalan ja korkean taajuuden resistanssin arvot  $R_0(\text{k}\Omega)$  ja  $R_\infty(\text{k}\Omega)$ , ominaistajuus  $f_R(\text{kHz})$  ja parametri  $\alpha$  sekä Cole-yhtälön parametreista kaavoilla (2.63) ja (2.65) lasketut kuvan 2.5 a) ekvivalenttipiirin komponentit  $R_A(\text{k}\Omega)$  ja  $1/K_A(\text{nF})$  sekä kaavoilla (2.66) ja (2.68) lasketut kuvan 2.5 b) ekvivalenttipiirin komponentit  $R_B(\text{k}\Omega)$  ja  $1/K_B(\text{nF})$ .

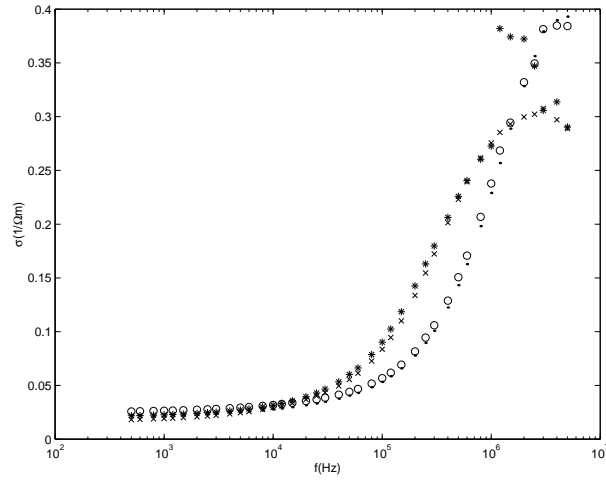
	$R_0$	$R_\infty$	$f_R$	$\alpha$	$R_A$	$1/K_A$	$R_B$	$1/K_B$
banaani:	2.6	0.10	25.3	0.29	2.5	0.83	0.10	0.77
kurkku:	3.5	0.15	7.8	0.28	3.3	0.01	0.16	0.01

Myös impedanssin kaarta kuvaava Cole-yhtälö (2.62) sovitettiin impedanssin arvoihin. Saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.10. Havaittiin, että aiemmista mittauksista ja nyt määritetyt parametrien arvot eroavat hieman toisistaan aivan kuten ekvivalenttipiirienkin sovituksesta saadut parametrit. Kuitenkin erityisesti ominaistajuuden ja korkean taajuuden resistanssin kohdalla nämä eroavuudet olivat pienempiä kuin lajien välillä havaittavat erot. Myös Cole-yhtälön toteuttavien ekvivalenttipiirien muiden komponenttien arvot laskettiin käyttäen kaavoja (2.63), (2.65), (2.66) ja (2.68). Ne ovat myöskin taulukossa 4.10. Nämäkin tulokset olivat saman suuntaisia, mutta eivät täysin samoja edellisen otoksen tulosten kanssa.

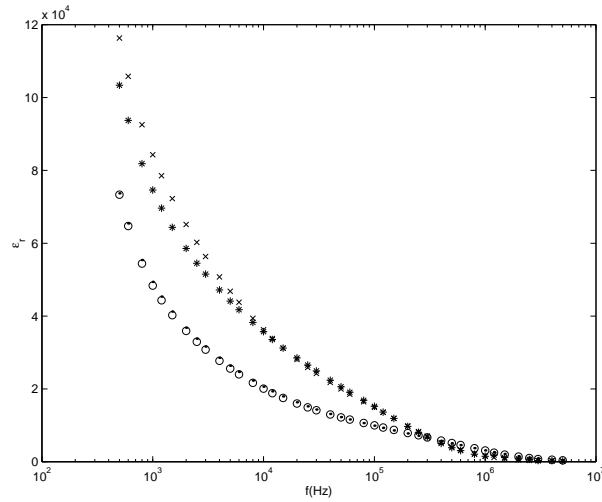
### Johtavuuden sekä permittiivisyyden määrittäminen ja mallitus

Banaanille ja kurkulle laskettiin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot kaavoilla (2.75) ja (2.76) kaikilla näytepituuksilla sekä niiden keskiarvot. Määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot ovat kuvassa 4.19 ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ovat kuvassa 4.20. Kuvissa on myös aikaisemmasta otoksesta määritetyt vastaavat arvot banaanille ja kurkulle.

Havaittiin, että ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot olivat lähes samoja eri otoksista laskettuina. Poikkeuksena on pieni eroavuus kurkun korkeimpien taajuuksien ominaisjohtokyvyn arvoissa, joka johtuu mittausten epätarkkuudesta, jota on ilmennyt muissakin mittauksissa korkeilla taajuuksilla. Voidaan siis todeta, että vaikka impedanssin arvot otoksien välillä eroavatkin toisistaan, näytteen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoista saadaan melko tarkkoja arvoja, ja ne kuvaavat hyvin aineen käyttäytymistä sähkökentässä. Ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot laskettiin myös kaikilla mittaustajuuksilla myöhempiä tarkasteluja varten. Ne on esitetty kuvassa 4.24.



Kuva 4.19: Toisesta otoksesta banaanille ( $\circ$ ) ja kurkulle ( $*$ ) sekä ensimmäisestä otoksesta banaanille ( $\bullet$ ) ja kurkulle ( $\times$ ) kaavalla (2.75) määritetyt ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega\text{m})$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.



Kuva 4.20: Toisesta otoksesta banaanille ( $\circ$ ) ja kurkulle ( $*$ ) sekä ensimmäisestä otoksesta banaanille ( $\bullet$ ) ja kurkulle ( $\times$ ) kaavalla (2.76) määritetyt suhteellisen permittiivisyyden  $\varepsilon_r$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.



Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn ja kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden imaginaariosien arvot  $\sigma''$  ja  $\varepsilon''$  laskettiin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden keskiarvoista käyttäen kaavoja (2.20) ja (2.23). Määritettyihin kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn sovitettiin kappaleessa 2.2.3 esitetyjä malleja.

Banaanin ja kurkun kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin Debyen yhtälö (2.37) sekä Debyen yhtälöstä laajennettu staattisen ominaisjohtokyvyn sisältävä yhtälö (2.49), mistä saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.11. Molempien yhtälöiden sovitukseen käytettiin Gauss-Newton-menetelmää ja painomatriisia. Havaittiin, etteivät nämäkään sovitukset olleet hyviä. Sovituksista saadut parametrien arvot olivat kuitenkin samaa suuruusluokkaa aiemmasta otoksesta saatujen parametrien arvojen kanssa. Koska Cole-Cole-yhtälö (2.43) ja yhtälö (2.51) todettiin jo aiemmin huonoksi malleiksi tilanteeseen, ei niitä sovitettu banaanin eikä kurkun kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin.

Kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovittamista häiritsti hieman mittauksista aiheutunut häiriö, joka aiheutti ominaisjohtokyvyn arvojen epänormaalia hajoamista korkeilla taajuuksilla. Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitettiin Gauss-Newton-menetelmällä Debyen yhtälön kaltainen yhtälö (2.46). Saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.12. Arvoihin sovitettiin myös yhtälöstä (2.46) laajennettu korkean taajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.52) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää ja painomatriisia, mistä saadut parametrien arvot ovat myös taulukossa 4.12. Nytkin sovitukset olivat parempia kuin kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin tehdyt sovitukset. Myös sovituksista saadut parametrien arvot olivat hyvin saman kaltaisia ensimmäisen otoksen parametrien kanssa. Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitettiin myös relaksaatioaikojen jakaantumisen huomioivat Cole-Cole-yhtälön kaltainen yhtälö (2.48) ja sitä laajennettu, korkean taajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.53) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää. Yhtälön (2.53) sovituksessa käytettiin painomatriisia matriisin kääntämisen apuna. Sovituksesta saadut parametrien arvot ovat taulukoissa 4.13 ja 4.14. Sovitukset onnistuivat jälleen hyvin, ja saadut parametrien arvot olivat aiemmasta otoksesta saatujen kaltaisia.

### **Elektrodi-impedanssin määrittäminen**

Elektrodi-impedanssin arvot suolavedessä määritettiin sovittamalla yhtälö (2.81) impedanssin arvoihin Gauss-Newton-menetelmää käyttäen. Samalla

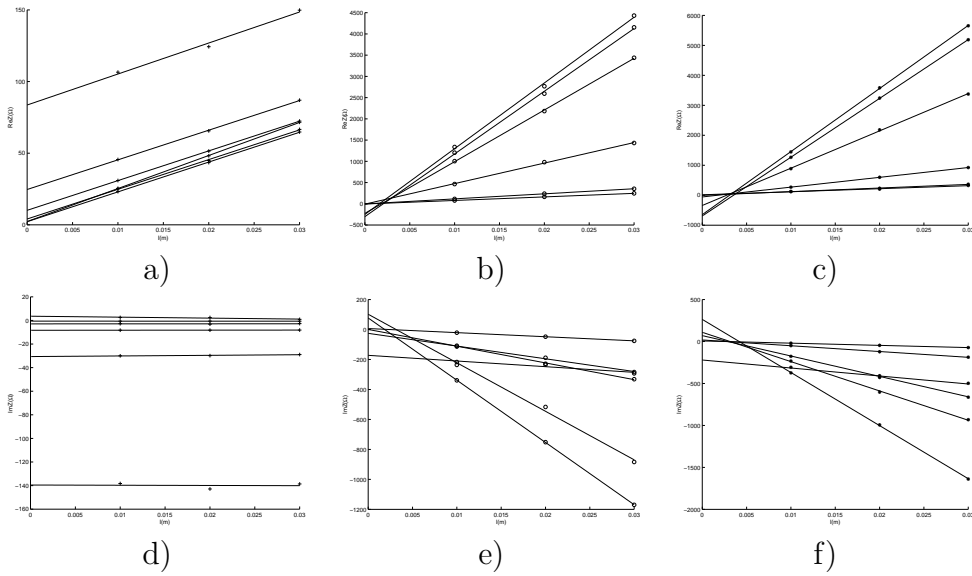
saatiin myös suolaveden ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot. Kuvassa 4.21 a) on suolaveden impedanssin reaali-osan ja kuvassa 4.21 d) imaginaariosan arvot näytepituuden funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz.

Määritettyjen elektrodi-impedanssin arvojen havaittiin eroavan hieman aiemmin määritetyistä matalimmilla taajuuksilla, mutta suurimmalla osalla taajuuksista ne olivat lähes samoja. Nyt tehdyn elektrodi-impedanssin määrittämisen tekee epäluotettavammaksi näytepituuksien vähäinen määrä ja se, että lyhyin näyte oli 10mm pitkä. Luotettavampi sovitukset saadaan, kun näytepituuksia on enemmän, ja mukana on myös lyhyitä näytteitä. Jotta elektrodi-impedanssin arvoja voitaisiin vertailla myöhemmin määritettävien kontakti-impedanssin arvojen kanssa, kerrottiin saadut elektrodi-impedanssin  $Z_{el}$  arvot elektrodien pinta-alalla. Määritettyjen suureiden  $z_{el}(\Omega m^2)$  reaali- ja imaginaariosan arvot taajuuden funktiona suolavedessä ovat kuvassa 4.25 merkittynä (+):lla.

Suolavedelle laskettiin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot myös kaavoilla (2.75) ja (2.76). Havaittiin, että saadut arvot olivat samankaltaisia aiempien tulosten kanssa. Määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot ovat kuvassa 4.23. Yhtälöstä (2.81) saadut ominaisjohtokyvyn arvot olivat myös samankaltaisia aiempien tulosten kanssa. Myös nämä ominaisjohtokyvyn arvot ovat kuvassa 4.23.

Koska kasvistenkin mittauksia oli nyt usealla näytepituudella, määritettiin elektrodi-impedanssin arvot niidenkin mittauksista sovittamalla yhtälö (2.81) Gauss-Newton-menetelmällä impedanssin arvoihin. Kuvassa 4.21 b) on banaanin impedanssin reaali-osan ja kuvassa 4.21 e) imaginaariosan arvot näytepituuden funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz. Vastaavalla tavalla kuvassa 4.21 c) on kurkun impedanssin reaali-osan ja kuvassa 4.21 f) imaginaariosan arvot näytepituuden funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz.

Havaittiin, että elektrodi-impedanssin arvot olivat monilla taajuuksilla väärän merkkisiä. Ongelmana on tässäkin näytepituuksien vähäinen määrä. Lisäksi kasviksen ja elektrodin välinen liitos on hankalampi mallittaa kuin veden ja elektrodin liitos. Jos elektrodeja ei purista tiukasti, liitos jää epätasaiseksi ja sisältää ilma-aukkoja. Jos elektrodeja puristaa tiukasti, vahingoittuu tutkittavan näytteen kudoserakenne. Viitteessä [50] on tutkittu elektrodi-impedanssin määrittämistä erivahvuisten KCl-liuosten mittauksista. Siinä on todettu, että elektrodi-impedanssin määrittäminen polynomin sovituksena on epätarkkaa laimeassa liuoksessa. Kasvistenkin mittauksista saadut elektrodi-impedanssin arvot kerrottiin elektrodien pinta-alalla. Banaanin ( $\bullet$ ) ja kurkun ( $\times$ ) mittauksista määritetyt suureiden  $z_{el}(\Omega m^2)$  reaali-



Kuva 4.21: Suolaveden impedanssin arvojen a) reaaliosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja d) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$ , banaanin impedanssin arvojen b) reaaliosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja e) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$  sekä kurkun impedanssin arvojen c) reaaliosa  $\text{Re}Z(\Omega)$  ja f) imaginaariosa  $\text{Im}Z(\Omega)$  näytteen pituuden  $l(\text{m})$  funktiona sekä arvoihin sovitetut yhtälöt (2.81) taajuuksilla 50Hz, 500Hz, 5kHz, 50kHz, 500kHz ja 5MHz.

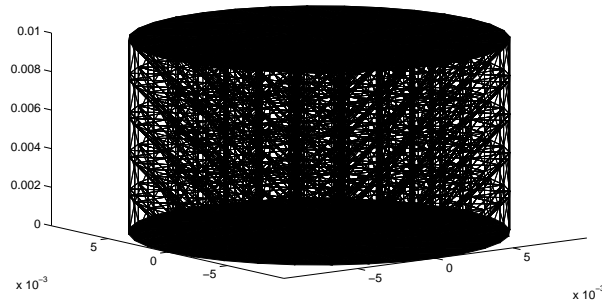
ja imaginaariosan arvot taajuuden funktiona ovat kuvassa 4.25.

Yhtälön (2.81) sovituksesta saatiin myös banaanin ja kurkun ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot. Teorian perusteella näiden arvojen pitäisi olla parempia kuin yhtälöistä (2.75) ja (2.76) saatujen arvojen, sillä niissä on otettu huomioon elektrodien vaikutus. Nyt ei niin kuitenkaan ole, sillä yhtälön (2.81) sovituksesta saatiin väärän merkkisiä elektrodi-impedanssin arvoja. Koska kasviksilla mitattaessa elektrodi-impedanssi on mitättömän pieni matalien taajuuksien arvoja lukuunottamatta, voidaan eri yhtälöillä ratkaistuja ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoja pitää yhtä hyvinä tuloksian. Vertailtaessa kaavoilla (2.75) ja (2.76) sekä (2.81) ratkaistuja kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoja havaitaan näiden olevan lähes samoja. Kuvassa 4.24 on kaavoilla (2.75) ja (2.76) sekä kaavalla (2.81) määritetyt banaanin ja kurkun ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot taajuuden funktiona kaikilla mittaustaajuuksilla. Siitä näkyy määritettyjen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvojen samankaltaisuus. Elektrodien vaikutus on nähtävissä matalilla taajuuksilla kaavalla (2.76) lasketuissa suhteellisen permittiivisyyden arvoissa, jotka ovat aivan liian suuria. Matalimmilla taajuuksilla saatiin elektrodi-impedanssin imaginaariosalle oikean merkkisiä arvoja, eli näillä taajuuksilla voi kaavalla (2.81) määrittetyjä suhteellisen permittiivisyyden arvoja pitää parempina tuloksina kuin kaavalla (2.76) määrittetyjä. Koska kaavalla (2.81) määritetyt ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot olivat lähes samoja aiemmin määritettyjen kanssa, ei niille tehty muita tarkasteluja.

## 4.4 Täydellisen elektrodimallin tulokset

Toisen mittaussarjan tuloksia käytettiin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden määrittämiseksi täydellisellä elektrodimallilla. Laskettiin siis banaanin, kurkun ja NaCl-liuoksen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot. Samalla saatiin myös mittauksissa käytettyjen elektrodien kontakti-impedanssin arvot. Täydellinen elektrodimalli on esitetty kappaleessa 2.4 ja sen ratkaisu elementtimenetelmää käyttäen on esitetty kappaleessa 3.2.3. Nyt ratkaistiin siis EIT:n käänteisongelma homogeenisen näytteen tapauksessa. Tässä kappaleessa on esitetty täydellisellä elektrodimallilla saadut tulokset.

Täydellisen elektrodimallin ratkaisuun käytettiin elementtimenetelmää. Tätä varten tarkasteltiin tutkittavan näytteen sisältävää mittakennoa seuraavalla tavalla. Elementtimenetelmää varten jaettiin tarkasteltava alue elementteihin, eli muodostettiin elementtihila. Nyt tarkasteltavia alueita



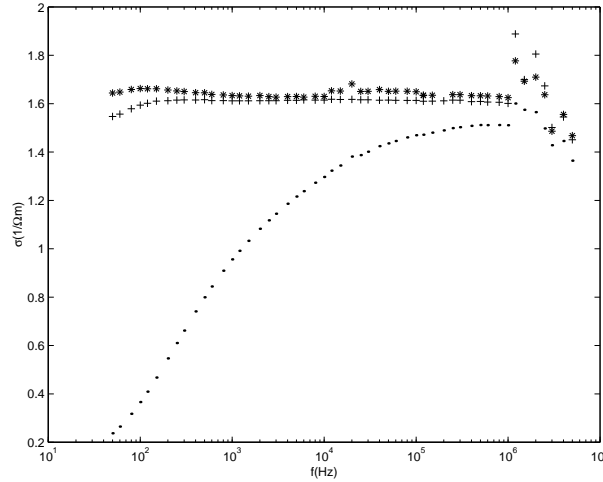
Kuva 4.22: Käytetty 10mm:n näytteen sylinterihila.

oli kolme kappaletta. Ne kaikki olivat sylinterin mallisia kennoja, joiden päissä oli elektrodit ja jotka oli täytetty tutkittavalla aineella. Jokaiselle näytepituudelle oli siis oma hilansa. Pienimmässä hilassa oli 2100 elementtiä, 20mm:n näytteen hilassa oli 4200 elementtiä ja 30mm:n näytteen hilassa oli 6300 elementtiä. Kaikissa hiloissa oli elektrodit pohjalla ja päällä. Kuvassa 4.22 on lyhyimmän näytepituuden eli 10mm:n näytteen elementtihila.

Banaanille, kurkulle ja NaCl-liuokselle laskettiin ominaisjohtokyvyn, suhteellisen permittiivisyyden ja kontakti-impedanssin arvot täydellisellä elektrodimallilla. Koska käytetty malli huomioi elektrodien vaikutuksen mittauksiin, voitiin myös kasviksilla ottaa kaikki mittaustaajuudet mukaan laskuihin.

Kuvassa 4.23 on suolavedelle täydellisellä elektrodimallilla sekä kaavoilla (2.75) ja (2.81) määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot taajuuden funktiona. Havaitaan, että täydellisestä elektrodimallista FEM:llä lasketut ominaisjohtokyvyn arvot ovat matalilla taajuuksilla parempia kuin aiemmin lasketut. Kaikissa tuloksissa on korkeimmilla taajuuksilla arvojen hajoamista, mikä johtuu mittausten epätarkkuudesta korkeilla taajuuksilla. Muuten molemmilla tavoilla, joissa elektrodien vaikutus huomioitiin, määritetyt arvot olivat lähes samoja.

Kuvassa 4.24 on banaanille ja kurkulle täydellisellä elektrodimallilla sekä kaavoilla (2.75), (2.76) ja (2.81) määritetyt ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot taajuuden funktiona. Kuvissa on mukana kaikilla mittaustaajuuksilla lasketut arvot. Kurkulla on ominaisjohtokyvyn arvoissa korkeimmilla taajuuksilla havaittavissa mittaustavasta aiheutunutta arvojen hajoamista. Muuten eri tavoilla lasketut ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ovat lähes samoja. Kuvista on nähtävissä kuinka paljon elektrodit häiritsevät matalimpien taajuuksien mittauksia. Kaavalla (2.76) lasketut suhteellisen permittiivisyyden arvot ovat aivan liian suuria matalilla taajuuksilla. Kaavalla (2.81) ja täydellisellä elektrodimallilla laske-

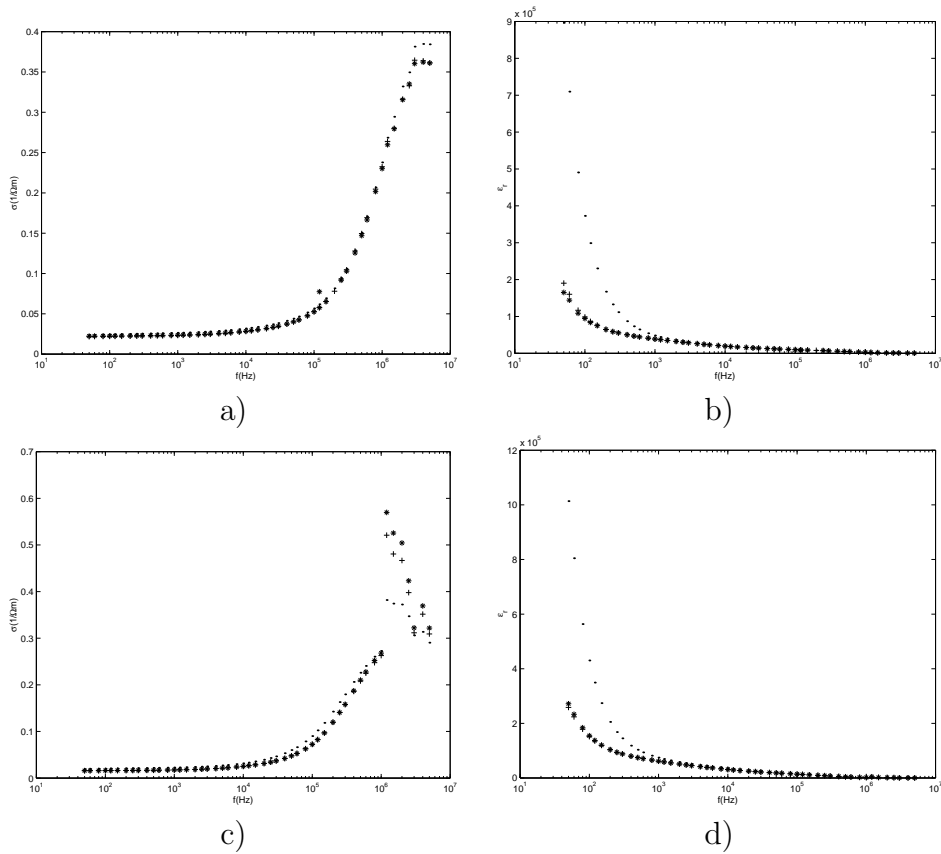


Kuva 4.23: Suolavedelle kaavalla (2.75) (●), kaavalla (2.81) (+) ja täydellisellä elektrodimallilla (\*), määritetyt ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega m)$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

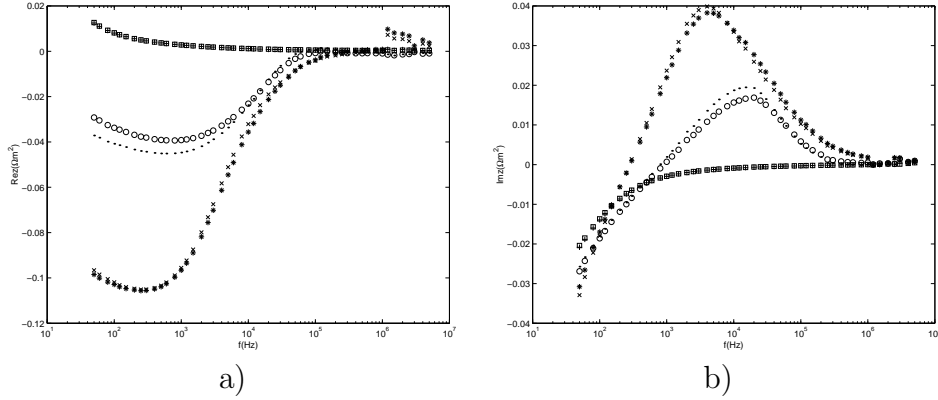
tuissa arvoissa on elektrodien vaikutus huomioitu.

Täydellisestä elektrodimallista saatiin lisäksi kontakti-impedanssin arvot. Ne olivat suolaveden tapauksessa hyviä, mutta kasvien mittauksista määritetyissä tuloksissa oli havaittavissa sama ongelma kuin elektrodimpedanssin arvoissa, eli kontakti-impedanssin arvot ovat suurelta osin väärän merkisiä. Kuvassa 4.25 on suolaveden ( $\square$ ), banaanin ( $\circ$ ) ja kurkun (\*) mittauksista määritetyt kontakti-impedanssin arvot taajuuden funktiona. Kuvassa on myös aiemmin kaavalla (2.81) määritetyistä elektrodimpedanssin arvoista elektrodien pinta-alalla kertomalla saatujen suureiden  $z_{el}$  arvot taajuuden funktiona. Havaitaan, että nämä eri tavoilla määritetyt suureet ovat lähes samoja suolavedessä ja kasviksillakin ne ovat hyvin lähellä toisiaan.

Kasvien mittauksista määritetyt kontakti-impedanssin arvot ovat suurelta osin väärän merkisiä. Niin olivat myös yhtälön (2.81) sovitukseksi määritetyt elektrodimpedanssin arvot. Tämä johtuu kasvis-elektrodi-liitoksen ongelmallisuudesta. Määritetyt kontakti-impedanssin imaginaariosan arvot ovat kuitenkin oikean merkisiä matalilla taajuuksilla, eli saatuja matalan taajuuden suhteellisen permittiivisyyden arvoja voi pitää hyvinä tuloksina. Näillä taajuuksilla saatiin aivan liian suuria arvoja kappaleen 2.3.2 teorian mukaisesti laskemalla. Väärän merkkiset kontakti-impedanssin arvot vaikuttavat ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoihin. Ne ovat kuitenkin hyvin pieniä, joten haitta ei ole kovin suuri. Kuvassa 4.24 ole-



Kuva 4.24: Kaavoilla (2.75) ja (2.76) (●), kaavalla (2.81) (+) ja täydellisellä elektrodimallilla (\*), määritetyt banaanin a) ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega\text{m})$  ja b) suhteellisen permittiivisyyden  $\epsilon_r$  sekä kurkun c) ominaisjohtokyvyn  $\sigma(1/\Omega\text{m})$  ja d) suhteellisen permittiivisyyden  $\epsilon_r$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.



Kuva 4.25: Suolaveden (+), banaanin (●) ja kurkun (×) mittauksista kaavalla (2.81) määritetyistä elektrodi-impedanssin arvoista elektrodin pinta-alalla kertomalla määritetyt suureen  $z_{e1}(\Omega\text{m}^2)$  a) reaali- ja b) imaginaariosan arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona. Kuvassa myös suolaveden (□), banaanin (○) ja kurkun (\*) mittauksista täydellisellä elektrodimallilla määritetyt kontakti-impedanssin a) reaalisosan  $\text{Re}z(\Omega\text{m}^2)$  ja b) imaginaariosan  $\text{Im}z(\Omega\text{m}^2)$  arvot taajuuden  $f(\text{Hz})$  funktiona.

vista kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoista voidaan havaita tämä pieni ero. Täydellisellä elektrodimallilla ja kaavalla (2.81) määritetyt ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot ovat hieman pienempiä kun kaavoilla (2.75) ja (2.76) lasketut arvot, joissa elektrodien vaikutusta ei ole huomioitu ollenkaan. Voidaankin todeta, että täydellisellä elektrodimallilla saadaan kasviksille hyviä ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoja. Lisäksi se huomioi matalilla taajuuksilla elektrodien vaikutuksen oikein, eli sillä saadaan myös matalien taajuuksien, joita elektrodien ominaisuudet hallitsevat, suhteellisen permittiivisyyden arvot.

Kuvassa 4.23 on puolestaan suolavedelle määritetyt ominaisjohtokyvyn arvot. Nyt kontakti-impedanssin huomioiminen on onnistunut hyvin, ja täydellisellä elektrodimallilla lasketut ominaisjohtokyvyn arvot ovat lähes samoja kaavalla (2.81) laskettujen arvojen kanssa. Näitä molempia voikin pitää hyvinä tuloksina. Vielä selkeämmin täydellisellä elektrodimallilla lasketut tulokset ovat parempia, kun verrataan niitä kaavalla (2.75) laskettuihin ominaisjohtokyvyn arvoihin. Täydellisellä elektrodimallilla saadaan siis 0.9% :lla NaCl-liuoksella erittäin hyviä tuloksia, ja saadut ominaisjohtokyvyn arvot ovat lähellä kirjallisuuden arvoja [8].



## Kompleksisen johtavuuden ja permittiivisyyden mallitus

Täydellisellä elektrodimallilla määritettyihin ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin myös kappaleessa 2.2.3 esitettyjä malleja. Niiden tulokset on esitetty seuraavassa.

Banaanin ja kurkun kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden imaginaariosan  $\varepsilon''$  ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn imaginaariosan  $\sigma'$  arvot laskettiin täydellisellä elektrodimallilla määritetyistä ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvoista kaavoilla (2.23) ja (2.20).

Banaanin ja kurkun kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin Debyen yhtälö (2.37) sekä Debyen yhtälöstä laajennettu staattisen ominaisjohtokyvyn sisältävä yhtälö (2.49), mistä saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.11. Taulukossa 4.11 on myös aiemmin lasketut tulokset. Jotta tulokset erottuisivat on jatkossa niiden kasvisten perään, joiden arvoja on laskettu täydellisellä elektrodimallilla, kirjoitettu lyhenne FEM. Molempien yhtälöiden sovitukseen käytettiin Gauss-Newton-menetelmää ja painomatriisia. Nämäkään sovitukset eivät olleet hyviä. Myös sovituksista saadut parametrien arvot erosivat aiemmin lasketuista selvästi. Tämä johtuu siitä, että nyt laskuissa oli mukana myös kaikkein matalimmat mittaustaajuudet, joilla suhteellinen permittiivisyys sai entistä suurempia arvoja, mikä aiheutti sovituksesta saatavien parametrien arvojen kasvamista. Näihinkään kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin ei sovitettu Cole-Cole-yhtälöä (2.43) eikä yhtälöä (2.51).

Kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovittamista häiritsi jälleen arvojen epänormaali hajonta korkeilla taajuuksilla, joka täydellisellä elektrodimallilla lasketuissa tuloksissa oli vielä selkeämpää. Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitettiin Gauss-Newton-

Taulukko 4.11: Banaanin ja kurkun kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitetuista Debyen yhtälöstä (2.37) saadut parametrien  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_\infty$  ja  $\tau$ (s) sekä yhtälöstä (2.49) saadut parametrien  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_\infty$ ,  $\tau$ (s) ja  $\sigma_s$ (1/ $\Omega$ m) arvot.

	(2.37):			(2.49):			
	$\varepsilon_s \cdot 10^6$	$\varepsilon_\infty \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_s \cdot 10^3$	$\varepsilon_\infty \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\sigma_s$
banaani:	11.5	13.1	3.9	55.7	8.7	52.4	0.026
banaani (FEM):	369.9	20.8	145.7	150.5	15.7	1044	0.022
kurkku:	5.8	20.9	2.2	73.3	10.4	24.1	0.022
kurkku (FEM):	114.0	32.3	62.6	254.8	26.1	1223	0.016

menetelmällä Debyen yhtälön kaltainen yhtälö (2.46). Saadut parametrien arvot ovat taulukossa 4.12. Arvoihin sovitettiin myös yhtälöstä (2.46) laajennettu korkean taaajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.52) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää ja painomatriisia, mistä saadut parametrien arvot ovat myös taulukossa 4.12. Sovitukset olivat jälleen parempia kuin kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin tehdyt sovitukset. Lisäksi nyt ja aiemmin saadut parametrien arvot olivat saman kaltaisia, mikä on hyvä tulos. Kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden arvoihin sovitettiin myös Cole-Cole-yhtälön kaltainen yhtälö (2.48) ja siitä laajennettu, korkean taaajuuden suhteellisen permittiivisyyden sisältävä yhtälö (2.53) käyttäen Gauss-Newton-menetelmää. Yhtälön (2.53) sovituksessa käytettiin painomatriisia matriisin kääntämiseen. Sovituksista saadut parametrien arvot ovat taulukoissa 4.13 ja 4.14. Havaittiin, että nytkin sovitukset onnistuvat hyvin, ja että saadut parametrien arvot ovat samaa suurusluokkaa aiemmin laskettujen parametrien kanssa.

Täydellisellä elektrodimallilla laskettuihin arvoihin tehdyistä sovituksista saadaan siis yhtä hyviä tuloksia kuin muulla tavoin laskettuihin arvoihin tehdyistä sovituksista.

Taulukko 4.12: Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetuista yhtälöstä (2.46) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$  ja  $\tau(\text{s})$  sekä yhtälöstä (2.52) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$  ja  $\varepsilon_\infty$  arvot.

	(2.46):			(2.52):			
	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\varepsilon_\infty$
banaani:	0.037	0.384	0.19	0.040	0.401	0.19	186.0
banaani (FEM):	0.031	0.361	0.20	0.033	0.379	0.20	222.9
kurkku:	0.040	0.346	0.46	0.040	0.347	0.48	172.4
kurkku (FEM):	0.036	0.479	0.24	0.036	0.484	0.24	106.1

Taulukko 4.13: Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetusta yhtälöstä (2.48) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$  ja  $\alpha$  arvot.

	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\alpha$
banaani:	0.027	0.480	0.14	0.21
banaani (FEM):	0.023	0.471	0.13	0.24
kurkku:	0.023	0.378	0.43	0.24
kurkku (FEM):	0.020	0.495	0.25	0.21

Taulukko 4.14: Banaanin ja kurkun kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin sovitetusta yhtälöstä (2.53) saadut parametrien  $\sigma_s(1/\Omega\text{m})$ ,  $\sigma_\infty(1/\Omega\text{m})$ ,  $\tau(\text{s})$ ,  $\alpha$  ja  $\varepsilon_\infty$  arvot.

	$\sigma_s$	$\sigma_\infty$	$\tau \cdot 10^{-6}$	$\alpha$	$\varepsilon_\infty$
banaani:	0.029	0.449	0.16	0.18	100.3
banaani (FEM):	0.025	0.424	0.17	0.19	147.7
kurkku:	0.025	0.361	0.48	0.20	120.5
kurkku (FEM):	0.022	0.462	0.29	0.17	198.7

# Luku 5

## Pohdinta

Tämän opinnäytetyön tarkoituksena oli tutkia biologisen materian sähkönjohtavuutta ja sitä kuvaavien parametrien määrittämistä. Mittaamalla impedanssi usealla taajuudella saadaan kohteen impedanssispektri, jonka avulla saadaan tietoa kohteen rakenteesta ja ominaisuuksista sekä mittauselektrodeista. Eräs impedanssispektroskopian tärkeimmistä sovellusalueista on biologisen materian tutkiminen.

Biologisella materiaalilla on sekä eristeen että johteen kaltaisia ominaisuuksia. Sen johteen kaltaisia ominaisuuksia kuvaava suure on ominaisjohtokyky  $\sigma$  ja eristeen kaltaisia ominaisuuksia kuvaava suure on suhteellinen permittiivisyys  $\varepsilon_r$ . Lähtien liikkeelle täydellisen eristeen relaksaatioteoriasta, on mahdollista johtaa biologisen materian sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä. Täydelliselle eristeelle yhden relaksaatioajan tapauksessa on voimassa Debyen yhtälö, joka voidaan laajentaa useamman relaksaatioajan tapauksessa Cole-Cole-yhtälöksi. Ottamalla mukaan johtavuutta kuvaava termi saadaan biologisen materian sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä.

Biologisen materian sähkönjohtavuusominaisuuksia on mallitettu sovitamalla erilaisia ekvivalenttipiirejä mitattuun impedanssispektriin. Tavallisista piirielementeistä koostuvia malleja paremmiksi on kuitenkin todettu vakiovaihe-elementin sisältävät piirit. Kahden elektrodin välissä olevan materiaalin ominaisjohtokyky ja suhteellinen permittiivisyys voidaan määrittää impedanssimittauksista. Ongelmia impedanssimittauksiin aiheuttavat muun muassa lämpötila, elektrodien polarisaatio ja ympäristöolosuhteet. Pahin ongelma on kuitenkin elektrodien aiheuttama, ja sen vuoksi elektrodien vaikutuksen tunteminen on tärkeää.

Materian sähkönjohtavuutta kuvaavat yhtälöt voidaan johtaa käyttäen lähtökohtana Maxwellin yhtälöitä. On mahdollista johtaa täydellinen elektrodimalli, joka huomioi materian sähkönjohtavuuden lisäksi mittauselektrodien vaikutuksen mittauksiin. Kohteen ominaisjohtokyvyn ja suhteel-

lisen permittiivisyyden sekä kontakti-impedanssin arvot on mahdollista ratkaista käyttäen täydellistä elektrodimallia. Tällöin ratkaistaan niin sanottu EIT:n käänteisongelma. Työn toisena tavoitteena olikin kohteen ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden määrittämisen tutkiminen käyttäen täydellistä elektrodimallia sekä saatujen tulosten vertailu muiden laskutulosten kanssa.

Työssä mitattiin kurkun, banaanin, perunan ja porkkanan sekä 0.9 %:n NaCl-liuoksen impedanssispektrit. Niiden havaittiin käyttäytyvän sähkökentässä teorian ennustusten mukaisesti. Kasvikudosten etuna impedanssimittauksissa eläinkudoksiin verrattuna on kasvisten helppo saatavuus ja käsiteltävyys. Lisäksi kasvisten ominaistajuus on matalampi kuin eläinkudosten ominaistajuudet. Tällöin ei tarvitse tehdä mittauksia yhtä suurilla taajuuksilla täydellisen ympyräkaarikuvan muodostumiseksi. Kasvisten ominaisjohtokyvyn ja suhteellisen permittiivisyyden arvot laskettiin. Banaanille ja perunalle kirjallisuudesta löydetyt vertailuarvot antoivat samankaltaisia tuloksia [2]. Lisäksi laskettiin kasvisten kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden ja kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvot ja niihin sovitettiin erilaisia sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä. Havaittiin, että käytetyllä taajuusalueella kompleksisen ominaisjohtokyvyn arvoihin tehdyt sovitukset onnistuivat hyvin. Monet ovat käyttäneet kasvisten tutkimisessa ekvivalenttipiirien yhtälöiden sovitusta impedanssin arvoihin. Tässä työssä sovitettiin impedanssin arvoihin kolmea erilaista ekvivalenttipiiriä. Mikään sovituksista ei ollut hyvä, minkä muutkin olivat todenneet mittauksissaan [59]. Paremmaksi todettiin Cole-yhtälön, jonka toteuttavat ekvivalenttipiirit sisältävät vakiovaihe-elementin, sovitus.

Sähkönjohtavuutta kuvaavia yhtälöitä laajennettiin sisältämään mittauselektrodien elektrodi-impedanssi. Elektrodi-impedanssin arvot määritettiin banaanin, kurkun ja suolaveden mittauksista sovittamalla impedanssin arvoihin nämä yhtälöt. Vain suolavedellä saatiin onnistuneita tuloksia. Suolaveden ominaisjohtokyky määritettiin sekä elektrodi-impedanssin huomioivalla että huomiotta jättävällä mallilla. Mittaustulokset osoittivat, että elektrodit vaikuttavat merkittävästi suolaveden johtavuuden arvoihin. Kasviksilla, joiden impedanssi on suurempi, elektrodi-impedanssi on häiritsevä vain matalilla taajuuksilla.

Elementtimenetelmää käyttäen ratkaistiin täydellisellä elektrodimallilla banaanin, kurkun ja suolaveden ominaisjohtokyvyn, suhteellisen permittiivisyyden ja kontakti-impedanssin arvot. Ominaisjohtokyvylle ja suhteelliselle permittiivisyydelle saatiin saman suuruisia arvoja kuin aikaisemmin lasketut olivat. FEM-ratkaisuissa etuna on se, että täydellinen elektrodimalli huomioi elektrodien vaikutuksen mittauksiin. Näin kaikki mittaustaajauudet voidaan ottaa laskuihin mukaan.

# Kirjallisuusluettelo

- [1] J.J. Ackmann, and M.A. Seitz. Methods of complex impedance measurements in biologic tissue. *CRC Crit Rev Biomed Eng*, 11:281–311, 1984.
- [2] A. Angersbach, V. Heinz, and D. Knorr. Electrophysiological model of intact and processed plant tissues: cell disintegration criteria. *Biotechnol Prog*, 15:753–762, 1999.
- [3] J.-Z. Bao, C.C. Davis, and R.E. Schmukler. Impedance spectroscopy of human erythrocytes: system calibration and nonlinear modeling. *IEEE Trans Biomed Eng*, 40:364–378, 1993.
- [4] M.P. Bolton, L.C. Ward, A. Khan, I. Campbell, P. Nightingale, O. Dewit, and M. Elia. Sources of error in bioimpedance spectroscopy. *Physiol Meas*, 19:235–245, 1998.
- [5] N. Bonanos, B.C.H. Steele, and E.P. Butler. Characterization of materials. In J.R. Macdonald, editor, *Impedance Spectroscopy Emphasizing Solid Materials and Systems*, pages 191–238, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [6] K.S. Cole, and R.H. Cole. Dispersion and absorption in dielectrics I. alternating current characteristics. *J Chem Phys*, 9:341–351, 1941.
- [7] L.A. Dissado. A fractal interpretation of the dielectric response of animal tissues. *Phys Med Biol*, 35:1487–1503, 1990.
- [8] F.A. Duck. *Physical Properties of Tissue, a Comprehensive Reference Book*. Academic Press Limited, London, 1990.
- [9] K.R. Foster, and H.P. Schwan. Dielectric properties of tissues and biological materials: a critical review. *CRC Crit Rev Biomed Eng*, 17:25–104, 1989.

- [10] I.L. Freeston, and R.C. Tozer. Impedance imaging using induced currents. *Physiol Meas*, 16:A257–A266, 1995.
- [11] C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout. The dielectric properties of biological tissues: I. literature survey. *Phys Med Biol*, 41:2231–2249, 1996.
- [12] E. Gersing, and M. Osypka. EIT using magnitude and phase in an extended frequency range. *Physiol Meas*, 15:A21–A28, 1994.
- [13] H. Griffiths. The importance of phase measurement in electrical impedance tomography. *Phys Med Biol*, 32:1435–1444, 1987.
- [14] H. Griffiths, and Z. Zhang. A dual-frequency electrical impedance tomography system. *Phys Med Biol*, 34:1465–1476, 1989.
- [15] H. Griffiths, and J. Jossinet. Bioelectrical spectroscopy from multi-frequency EIT. *Physiol Meas*, 15:A59–A63, 1994.
- [16] H. Griffiths. Tissue spectroscopy with electrical impedance tomography: computer simulations. *IEEE Trans Biomed Eng*, 42:948–954, 1995.
- [17] R.I. Hayden, C.A. Moyse, F.W. Calder, D.P. Crawford, and D.S. Fensom. Electrical impedance studies on potato and alfalfa tissue. *J Exp Bot*, 20:177–200, 1969.
- [18] HIOKI. Z 3531 Z HiTESTER impedance meter. Instruction manual.
- [19] D.S. Holder, Y. Hanquan, and A. Rao. Some practical biological phantoms for calibrating multifrequency electrical impedance tomography. *Physiol Meas*, 17:A167–177, 1996.
- [20] P. Hua, E.J. Woo, J.G. Webster, and W.J. Tompkins. Using compound electrodes in electrical impedance tomography. *IEEE Trans Biomed Eng*, 40:29–34, 1993.
- [21] J. Jossinet, A. Lobel, C. Michoudet, and M. Schmitt. Quantitative technique for bio-electrical spectroscopy. *J Biomed Eng*, 7:289–294, 1985.
- [22] J. Jossinet, and C. Trillaud. Imaging the complex impedance in electrical impedance tomography. *Clin Phys Physiol Meas, Suppl A*, 13:47–50, 1992.
- [23] J. Jossinet. The impedivity of freshly excised human breast tissue. *Physiol Meas*, 19:61–75, 1998.

- [24] J.P. Kaipio. *Käänteisongelmat* (In Finnish). Luentomoniste, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1998.
- [25] H. Kanai. Frequency characteristics of electrical properties of living tissues and its clinical applications. In T. Lahtinen, editor, *Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Bio-Impedance*, pages 5–7, Kuopio, 1992.
- [26] P. Karjalainen. *Fysiikan data-analyysi* (In Finnish). Luentomoniste, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1997.
- [27] V. Kolehmainen. Staattinen kuvantaminen impedanssitomografiassa (In Finnish). Master's thesis, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1997.
- [28] J. Kozłowska, B. Rigaud, E. Martinez, V. Dubroca, and J.P. Morucci. Technical and experimental problems encountered in impedance spectroscopy in the  $\alpha$  and  $\beta$  dispersion regions. *Clin Phys Physiol Meas, Suppl A*, 13:57–59, 1992.
- [29] A.A. Laogun, N.O. Ajayi, L.O. Okafor, and N.O. Osamo. Dielectric characteristics of packed human erythrocytes with haemoglobins F, AA, AS and SS. *Phys Med Biol*, 28:341–349, 1983.
- [30] C.L. Lawson, and R.J. Hanson. *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall, 1974.
- [31] J.R. Macdonald, and D.R. Franceschetti. Physical and electrochemical models. In J.R. Macdonald, editor, *Impedance Spectroscopy Emphasizing Solid Materials and Systems*, pages 84–132, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [32] J.R. Macdonald, and W.B. Johnson. Fundamentals of impedance spectroscopy. In J.R. Macdonald, editor, *Impedance Spectroscopy Emphasizing Solid Materials and Systems*, pages 1–26, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [33] E.T. McAdams, and J. Jossinet. Tissue impedance: a historical overview. *Physiol Meas*, 16:A1–A13, 1995.
- [34] E.T. McAdams, J. Jossinet, A. Lacknermeier, and F. Risacher. Factors affecting electrode-gel-skin interface impedance in electrical impedance tomography. *Med & Biol Eng & Comput*, 34:397–408, 1996.



- [35] M.R. Neuman. Biopotential electrodes. In J.G. Webster, editor, *Medical Instrumentation Application and Design*, pages 227–287, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [36] J.C. Newell, D. Isaacson, and D.G. Gisser. Rapid assessment of electrode characteristics for impedance imaging. *IEEE Trans Biomed Eng*, 37:735–738, 1990.
- [37] J. Nuutinen. *Skin Dielectric Constant at High Radiofrequency with Special Emphasis on Radiation-Induced Late Skin Reaction*. PhD thesis, University of Kuopio, Department of Applied Physics, Kuopio University Hospital, Department of Oncology, 1997.
- [38] M. Osypka, and E. Gersing. Tissue impedance spectra and the appropriate frequencies for EIT. *Physiol Meas*, 16:A49–A55, 1995.
- [39] R. Pethig. *Dielectric and Electronic Properties of Biological Materials*. John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [40] R. Pethig, and D.B. Kell. The passive electrical properties of biological systems: their significance in physiology, biophysics and biotechnology. *Phys Med Biol*, 32:933–970, 1987.
- [41] V. Pollak. Computation of impedance characteristic of metal electrodes for biological investigations. *Med and Biol Eng*, pages 460–464, 1974.
- [42] I.D. Raistrick. The electrical analogs of physical and chemical processes. In J.R. Macdonald, editor, *Impedance Spectroscopy Emphasizing Solid Materials and Systems*, pages 27–84, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [43] J. Ramos-Barrado, J. Benavente, and A. Heredia. Electrical conductivity of differently treated isolated cuticular membranes by impedance spectroscopy. *Arch Biochem Biophys*, 306:337–341, 1993.
- [44] P.M. Record, R. Gadd, and F. Vinther. Multifrequency electrical impedance tomography. *Clin Phys Physiol Meas, Suppl A*, 13:67–72, 1992.
- [45] T. Repo, T. Tuovinen, and T. Savolainen. Estimation of an electrical model of plant tissue using the impedance locus. *Silva Carelica*, 15:51–59, 1990.

- [46] B. Rigaud, L. Hamzaoui, N. Chauveau, M. Granié, J.-P. Scotto Di Rinaldi, and J.-P. Morucci. Tissue characterization by impedance: a multifrequency approach. *Physiol Meas*, 15:A13–A20, 1994.
- [47] B. Rigaud, L. Hamzaoui, M.R. Frikha, N. Chauveau, and J.-P. Morucci. *In vitro* tissue characterization and modelling using electrical impedance measurements in the 100Hz–10MHz frequency range. *Physiol Meas*, 16:A15–A28, 1995.
- [48] P.J. Riu, J. Rosell, A. Lozano, and R. Pallàs-Areny. A broadband system for multifrequency static imaging in electrical impedance tomography. *Clin Phys Physiol Meas, Suppl A*, 13:61–65, 1992.
- [49] P. Ronkanen. Impedanssitomografia kolmessa dimensiossa (In Finnish). Master’s thesis, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1997.
- [50] T. Savolainen. Kasvisolukon impedanssispektroskopiassa käytettävien neulaelektrodiin elektrodi-impedanssin määrittäminen (In Finnish). Master’s thesis, University of Kuopio, Department of Physics, 1992.
- [51] E. Somersalo, M. Cheney, and D. Isaacson. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography. *SIAM J Appl Math*, 52:1023–1040, 1992.
- [52] D.G. Stout, J.W. Hall, and N.B. McLaughlin. *In vivo* plant impedance measurements and characterization of membrane electrical properties: the influence of cold acclimation. *Cryobiology*, 24:148–162, 1987.
- [53] T. Tamura, M. Tenhunen, T. Lahtinen, T. Repo, and H.P. Schwan. Modelling of the dielectric properties of normal and irradiated skin. *Phys Med Biol*, 39:927–936, 1994.
- [54] J. Tervo, and M. Vauhkonen. *Elementtimenetelmän perusteet* (In Finnish). Luentomoniste, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1999.
- [55] M. Vauhkonen, D. Vadász, J.P. Kaipio, E. Somersalo, and P.A. Karjalainen. Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography. Technical Report 3/96, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1996.
- [56] M. Vauhkonen. *Electrical Impedance Tomography and Prior Information*. PhD thesis, University of Kuopio, Department of Applied Physics, 1997.

- [57] T. Yamamoto, and H. Oka. Experimental modelling of biomechanical impedance characteristics. *Med & Biol Eng & Comput*, 24:493–498, 1986.
- [58] M.I.N. Zhang, D.G. Stout, and J.H.M. Willison. Electrical impedance analysis in plant tissues: symplasmic resistance and membrane capacitance in the Hayden model. *J Exp Bot*, 41:371–380, 1990.
- [59] M.I.N. Zhang, and J.H.M. Willison. Electrical impedance analysis in plant tissues: a double shell model. *J Exp Bot*, 42:1465–1475, 1991.
- [60] M.I.N. Zhang, and J.H.M. Willison. Electrical impedance analysis in plant tissues: *in vivo* detection of freezing injury. In T. Lahtinen, editor, *Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Bio-Impedance*, pages 70–72, Kuopio, 1992.
- [61] M.I.N. Zhang, J.H.M. Willison, and R.G. MacDougall. Electrical impedance analysis in plant tissues: plant tissue impedance properties in relation to temperature. In T. Lahtinen, editor, *Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Bio-Impedance*, pages 67–69, Kuopio, 1992.
- [62] E. Zheng, S. Shao, and J.G. Webster. Impedance of skeletal muscle from 1 Hz to 1 MHz. *IEEE Trans Biomed Eng*, 31:477–481, 1984.
- [63] P. Zipp, K.Hennemann, R. Grunwald, and W. Rohmert. Bewertung von kontaktvermittlern für bioelektroden bei langzeituntersuchungen (In German). *Eur J Appl Physiol*, 45:131–145, 1980.

# Liitteet

## Liite 1. Ajasta riippuvan polarisaation differentiaaliyhtälön ratkaiseminen

Ratkaistava differentiaaliyhtälö on siis muotoa

$$P_t' + \frac{1}{\tau}P_t = \frac{1}{\tau}(P_s - P_\infty), \quad (1)$$

missä  $P_t$  on ajasta riippuva polarisaatio,  $P_t'$  on sen aikaderivaatta,  $P_s$  on täydellinen polarisaatio eli polarisaatio äärettömän ajan kuluttua jännitteen askelfunktion syöttämisestä,  $P_\infty$  on lähes välittömästi jännitteen askelfunktion syöttämisen jälkeen aiheutuva polarisaatio ja  $\tau$  on relaksaation aikavakio.

Ratkaistaan ensin ongelmaan liittyvä homogeeniyhtälö

$$P_t' + \frac{1}{\tau}P_t = 0. \quad (2)$$

Kirjoitetaan yhtälö (2) muodossa

$$\frac{P_t'}{P_t} = -\frac{1}{\tau}, \quad (3)$$

ja integroidaan se puolittain

$$\int \frac{P_t'}{P_t} dt = \int -\frac{1}{\tau} dt. \quad (4)$$

Integroinnista saadaan

$$\ln(P_t) = -\frac{t}{\tau} + C', \quad (5)$$

missä  $C'$  on vakio. Tästä voidaan ratkaista

$$P_t = e^{-t/\tau + C'} = e^{-t/\tau} e^{C'}. \quad (6)$$

Kun merkitään  $e^{C'} = C$ , saadaan homogeeniyhtälön ratkaisuksi

$$P_t = C e^{-t/\tau}. \quad (7)$$

Haetaan seuraavaksi täydellisen yhtälön (1) jokin yksittäisratkaisu käyttäen vakion variointia. Korvataan homogeeniyhtälön ratkaisussa (7) esiintyvä vakio  $C$  tuntemattomalla funktiolla  $C(t)$ . Kokeillaan yritettä

$$P_0(t) = C(t)e^{-t/\tau}, \quad (8)$$

jonka derivaatta on muotoa

$$P_0'(t) = C'(t)e^{-t/\tau} - \frac{1}{\tau}C(t)e^{-t/\tau}. \quad (9)$$

Sijoitetaan nämä täydelliseen yhtälöön, jolloin saadaan

$$C'(t)e^{-t/\tau} - \frac{1}{\tau}C(t)e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau}C(t)e^{-t/\tau} = \frac{1}{\tau}(P_s - P_\infty). \quad (10)$$

Havaitaan, että yhtälö

$$P_0' + \frac{1}{\tau}P_0 = \frac{1}{\tau}(P_s - P_\infty) \quad (11)$$

toteutuu, jos

$$\begin{aligned} C'(t) &= \frac{1}{\tau} \frac{(P_s - P_\infty)}{e^{-t/\tau}} \\ &= \frac{1}{\tau} (P_s - P_\infty) e^{t/\tau}, \end{aligned} \quad (12)$$

eli jos

$$\begin{aligned} C(t) &= \int_0^t \frac{1}{\tau} (P_s - P_\infty) e^{t/\tau} dt \\ &= (P_s - P_\infty) (e^{t/\tau} - 1). \end{aligned} \quad (13)$$

On siis löydetty eräs yksityisratkaisu

$$P_0 = (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (14)$$

Yhtälön (1) täydellinen ratkaisu on siis

$$P_t = Ce^{-t/\tau} + (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (15)$$

Tarkastellaan vielä reunaehtoja vakion  $C$  määrittämiseksi. Tiedetään, että ajasta riippuva polarisaatio on nolla ajan hetkellä nolla, eli  $P_t = 0$ , kun  $t = 0$ . Tästä saadaan

$$P_t(0) = C + (P_s - P_\infty) (1 - 1) = 0, \quad (16)$$

eli

$$C = 0. \quad (17)$$

Yhtälön (1) ratkaisu on siis

$$P_t = (P_s - P_\infty) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (18)$$

## Liite 2. Kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden Laplace-muunnos

Ajasta riippuva kompleksinen suhteellinen permittiivisyys on muotoa

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) (1 - e^{-t/\tau}), \quad (19)$$

missä  $\varepsilon_\infty$  on korkean taajuuden suhteellinen permittiivisyys,  $\varepsilon_s$  on staattinen suhteellinen permittiivisyys ja  $\tau$  on relaksaation aikavakio. Lasketaan tämän Laplace-muunnos

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon^*}{s} &= \frac{\varepsilon_\infty}{s} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{s} - (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_0^\infty e^{-st} e^{-t/\tau} dt \\ &= \frac{\varepsilon_\infty}{s} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{s} - (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \\ &= \frac{\varepsilon_\infty}{s} + \frac{1}{s} \left( \varepsilon_s - \varepsilon_\infty - \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \frac{1}{\tau s}} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

missä  $s$  on kompleksinen taajuusmuuttuja. Tästä voidaan ratkaista kompleksinen suhteellinen permittiivisyys

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau s}} \right) \\ &= \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \left( \frac{1}{\tau s + 1} \right) \\ &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \tau s}. \end{aligned} \quad (21)$$

Koska  $s = j\omega$ , saadaan yhtälö muotoon

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}, \quad (22)$$

mikä on kompleksisen suhteellisen permittiivisyyden yhtälö taajuustasossa.